Esercizio 1

In un microscopio elettronico gli elettroni vengono accelerati fino a raggiungere un'energia cinetica pari a 30 keV. Calcolare la velocià degli elettroni sapendo che la massa è di $9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg.

$$E_{CINETICA}=\frac{1}{2}m\,\mathrm{v}^2$$

Da cui si può ricavare la velocità:

$$\mathrm{v}=\sqrt{\frac{2\cdot E_{CINETICA}}{m}}$$

Nel nostro caso:

$$E_{CINETICA}=30\,keV=3\cdot 10^4\,eV=3\cdot 10^4\cdot 1.6\cdot 10^{-19}\,J=4.8\cdot 10^{-15}\,J$$

Da cui:

$$\mathrm{v}=\sqrt{\frac{2\cdot E_{CINETICA}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 4.8\cdot 10^{-15}}{9.11\cdot 10^{-31}}}\cong 1\cdot 10^8\cong 0{,}34\cdot c$$

Esercizio 2 (equivalenza massa-energia)

Qual è l'equivalente in energia di un elettrone (m= $9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg) espresso in elettronvolt? E di un protone (m=$1.67\cdot 10^{-27}$)?

$$E=m\,\mathrm{c}^2$$

$$E=m_{elettrone}\cdot \mathrm{c}^2=9.11\cdot 10^{-31}\cdot\left(3\cdot 10^8\right)^2=9.11\cdot 10^{-31}\cdot 9\cdot 10^{16}=8.199\cdot 10^{-14}\,Joule$$

$$E=m_{protone}\cdot \mathrm{c}^2=1.67\cdot 10^{-31}\cdot\left(3\cdot 10^8\right)^2=1.67\cdot 10^{-27}\cdot 9\cdot 10^{16}=1.503\cdot 10^{-10}\,Joule$$

Ricordando che:

$$1eV=1.6\cdot 10^{-19}\,Joule \quad\Longrightarrow\quad 1Joule=\frac{1}{1.6\cdot 10^{-19}}\,eV$$

Si ha che:

$$E_{elettrone}=\frac{8.199\cdot 10^{-14}}{1.6\cdot 10^{-19}}=5.12\cdot 10^5=0.512\,MeV \qquad E_{protone}=\frac{1.503\cdot 10^{-10}}{1.6\cdot 10^{-19}}=0.939\cdot 10^9=939\,MeV$$

Esercizio 3

In un microscopio elettronico gli elettroni vengono accelerati fino a raggiungere un'energia cinetica pari a 30 keV. Calcolare la velocià degli elettroni sapendo che l'energia equivalente di un elettrone è di 511 keV.

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2} m_e \, \mathrm{v}^2$$

Da cui si può ricavare la velocità:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e} \cdot \frac{c^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e c^2} c^2} = c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e c^2}}$$

Da cui:

$$\mathrm{v} = c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{511}} \cong 0{,}34 \cdot c$$

Esercizio 4 (legge di Wien)

Qual è la lunghezza d'onda in micrometri di massima emissione per un corpo che si trova alla temperatura di 500°C?

La temperatura in gradi Kelvin sarà:

$$T = 500 + 273.15 = 773.15\,K$$

Ricordando la legge di Wien:

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3}}{773.15} = 3.75 \cdot 10^{-6}\, m = 3.75\, \mu m$$

Esercizio 5 (effetto fotoelettrico)

Il potassio ha un'energia di estrazione di 2,2 eV (energia necessaria per liberare gli elettroni dal legame con il materiale). Illuminandolo con un laser di colore verde (550 nm) è possibile osservare il fenomeno fotoelettrico? Se si, qual è l'energia degli elettroni? Quale velocità hanno gli elettroni ricordando che l'energia equivalente è di 0,511 MeV (massa = $9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)?

L'energia dei fotoni che investono il metallo è pari a:

$$E = \frac{1240}{\lambda} = \frac{1240}{500} = 2.48\, eV$$

Poiché l'energia di estrazione è di 2.2 eV gli elettroni verranno liberati con un'energia cinetica pari a:

$$E_{elettroni} = 2.48 - 2.20 = 0.28\, eV$$

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e} \cdot \frac{c^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e c^2} \cdot c^2} = c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_{CINETICA}}{m_e c^2}} = c \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0.28}{0.511 \cdot 10^6}} = 0.001 \cdot c = 300 \frac{km}{s}$$

Esercizio 6 (effetto fotoelettrico)

L'argento ha un'energia di estrazione di 4,7 eV (energia necessaria per liberare gli elettroni dal legame con il materiale). Qual è la massima lunghezza d'onda della luce a cui è possibile osservare l'effetto fotoelettrico?

Un fotone produce l'effetto fotoelettrico solo se la sua energia è maggiore dell'energia di estrazione che nel caso dell'argento è di 4,7 eV, ovvero:

$$\lambda = \frac{1240}{E} = \frac{1240}{4.7} = 263.8\, nm$$

Per cui soltanto fotoni con lunghezza d'onda pari a 263.8 nm o minore sono in grado di generare l'effetto fotoelettrico.

Esercizio 7 (diffrazione da cristallo)

Effettuando un esperimento di diffrazione su un cristallo con raggi x di energia 20 keV si osserva il primo massimo d'interferenza costruttiva in corrispondenza di un angolo di 70°. Qual è il valore della distanza tra i piani del reticolo cristallino?

La lunghezza d'onda dei raggi x impiegati è di:

$$\lambda = \frac{1240}{E} = \frac{1240}{20000} = 0.062 nm$$

Utilizzando la legge di Bragg si ha il primo massimo d'interferenza (n=1) a:

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot sen\theta \quad \Rightarrow \quad d = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot sen\theta}$$

Da cui:

$$d = \frac{1 \cdot 0.062}{2 \cdot sen(70)} = 0.033 nm$$

Esercizio 8 (assorbimento di raggi x)

Ricordando che la condizione ottimale per la realizzazione di un'immagine ai raggi x è che μ·s=2, dire quale energia bisogna utilizzare per eseguire una radiografia ad una statua di legno che ha spessori massimi di 20 cm.

Tabella 9.1 Coefficienti di attenuazione lineare in aria, acqua, legno, pietra (ma anche cemento, marmo e ceramica) e rame in funzione dell'energia. I valori di densità utilizzati sono rispettivamente 0,0013, 1, 0,5, 2,2 e 8,6 g/cm³

E (keV)	Aria	Acqua	Legno	Pietra	Rame
10	0,007000	5,100	1,800	60,00	1.840,00
20	0,001000	0,800	0,300	8,40	290,00
30	0,000500	0,370	0,200	2,80	93,00
40	0,000300	0,270	0,150	1,40	41,00
50	0,000270	0,220	0,120	0,90	22,00
60	0,000230	0,200	0,110	0,70	13,5
80	0,000220	0,180	0,095	0,55	6,50
100	0,000200	0,170	0,085	0,50	3,90
150	0,000180	0,150	0,080	0,32	1,90
200	0,000160	0,135	0,060	0,30	1,35
300	0,000140	0,120	0,050	0,25	0,95
400	0,000120	0,110	0,045	0,22	0,80
500	0,000110	0,095	0,040	0,20	0,70
600	0,000100	0,090	0,040	0,19	0,65
1.000	0,000085	0,070	0,032	0,15	0,51

$$s = 20\ cm$$

$$\mu \cdot s \cong 2 \quad \Rightarrow \quad \mu \cong \frac{2}{s}$$

Da cui:

$$\mu = \frac{2}{20} = 0.1\ cm^{-1}$$

Dalla tabella si ricava che l'energia deve essere tra 60 keV e 80 keV.

Esercizio 9 (assorbimento di raggi x)

Ricordando che la condizione ottimale per la realizzazione di un'immagine ai raggi x è che μ·s=2, dire quale energia bisogna utilizzare per eseguire una radiografia ad una statuetta di pietra che ha spessore massimo di 5 cm.

Tabella 9.1 Coefficienti di attenuazione lineare in aria, acqua, legno, pietra (ma anche cemento, marmo e ceramica) e rame in funzione dell'energia. I valori di densità utilizzati sono rispettivamente 0,0013, 1, 0,5, 2,2 e 8,6 g/cm³

E (keV)	Aria	Acqua	Legno	Pietra	Rame
10	0,007000	5,100	1,800	60,00	1.840,00
20	0,001000	0,800	0,300	8,40	290,00
30	0,000500	0,370	0,200	2,80	93,00
40	0,000300	0,270	0,150	1,40	41,00
50	0,000270	0,220	0,120	0,90	22,00
60	0,000230	0,200	0,110	0,70	13,5
80	0,000220	0,180	0,095	0,55	6,50
100	0,000200	0,170	0,085	0,50	3,90
150	0,000180	0,150	0,080	0,32	1,90
200	0,000160	0,135	0,060	0,30	1,35
300	0,000140	0,120	0,050	0,25	0,95
400	0,000120	0,110	0,045	0,22	0,80
500	0,000110	0,095	0,040	0,20	0,70
600	0,000100	0,090	0,040	0,19	0,65
1.000	0,000085	0,070	0,032	0,15	0,51

$$s = 5 \ cm$$

$$\mu \cdot s \cong 2 \quad \Longrightarrow \quad \mu \cong \frac{2}{s}$$

Da cui:

$$\mu = \frac{2}{5} = 0.4 \ cm^{-1}$$

Dalla tabella si ricava che l'energia deve essere tra 100 keV e 150 keV.

Esercizio 10 (assorbimento di raggi x)

Ricordando che la condizione ottimale per la realizzazione di un'immagine ai raggi x è che μ·s=2, dire se usando un tubo radiogeno convenzionale (energia massima 300 keV) è possibile effettuare una radiografia a una statua di pietra di spessore massimo 10 cm.

Tabella 9.1 Coefficienti di attenuazione lineare in aria, acqua, legno, pietra (ma anche cemento, marmo e ceramica) e rame in funzione dell'energia. I valori di densità utilizzati sono rispettivamente 0,0013, 1, 0,5, 2,2 e 8,6 g/cm³

E (keV)	Aria	Acqua	Legno	Pietra	Rame
10	0,007000	5,100	1,800	60,00	1.840,00
20	0,001000	0,800	0,300	8,40	290,00
30	0,000500	0,370	0,200	2,80	93,00
40	0,000300	0,270	0,150	1,40	41,00
50	0,000270	0,220	0,120	0,90	22,00
60	0,000230	0,200	0,110	0,70	13,5
80	0,000220	0,180	0,095	0,55	6,50
100	0,000200	0,170	0,085	0,50	3,90
150	0,000180	0,150	0,080	0,32	1,90
200	0,000160	0,135	0,060	0,30	1,35
300	0,000140	0,120	0,050	0,25	0,95
400	0,000120	0,110	0,045	0,22	0,80
500	0,000110	0,095	0,040	0,20	0,70
600	0,000100	0,090	0,040	0,19	0,65
1.000	0,000085	0,070	0,032	0,15	0,51

$$s = 10 \ cm$$

$$\mu \cdot s \cong 2 \quad \Longrightarrow \quad \mu \cong \frac{2}{s}$$

Da cui:

$$\mu = \frac{2}{10} = 0.2 \ cm^{-1}$$

No. Sono necessari raggi x di energia di 500 keV.

Esercizio 11 (assorbimento di raggi x)

Un fascio di raggi x è composto da 10^{10} fotoni. Supponendo che il fascio incida su una statuetta di legno (coefficiente d'assorbimento μ=0.1609) in un punto di spessore 10 cm dire quanti fotoni rimangono dopo averla attraversata.

$$\mu = 0.1609 cm^{-1} \qquad \mu \cdot s \cong 1.609$$

$$s = 10\ cm$$

Da cui:

$$I(s) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot s} = 100 \cdot e^{-1.609} = 100 \cdot 0.2 = 20\, fotoni$$

Esercizio 12 (emissione quantizzata)

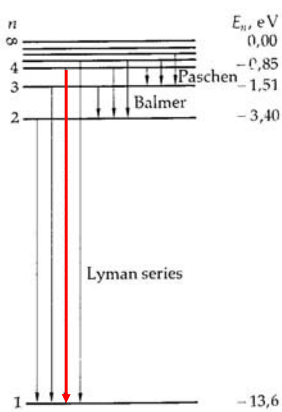

Figura 29.17. Diagramma dei livelli energetici per l'idrogeno in cui sono mostrate alcune transizioni delle serie di Lyman, Balmer e Paschen. Le energie dei livelli sono date dall'equazione 29.24.

In base allo schema dei livelli energetici dell'atomo d'idrogeno mostrato a fianco dire a quale lunghezza d'onda corrisponde la transizione dal livello n=4 a quello n=1.

$$E_{n=4} = -0.85\ eV$$

$$E_{n=1} = -13.6\ eV$$

Da cui:

$$\Delta E = E_4 - E_1 = -0.85 - (-13.6) = 12.75 eV$$

Quindi una lunghezza d'onda di:

$$\lambda = \frac{1240}{E} = \frac{1240}{12.75} = 92.2\, nm$$

Che cade nell'ultravioletto.

Esercizio 13 (assorbimento ottico)

Un fascio di luce monocromatica rossa con λ = 650 nm colpisce un vetro caratterizzato da una gap proibita di 3 eV. Determinare se la luce viene assorbita oppure trasmessa. Se il fascio fosse di luce nel vicino ultravioletto (λ = 310 nm) come si comporterebbe il fascio?

L'energia dei fotoni incidenti nel caso del fascio rosso e blu vale, rispettivamente:

$$E_{FOTONE} = \frac{1240}{\lambda} = \frac{1240}{620} = 2\,eV \qquad E_{FOTONE} = \frac{1240}{\lambda} = \frac{1240}{310} = 4\,eV$$

rosso ultravioletto

Poiché nel caso della luce rossa l'energia del fotone (2 eV) è minore dell'energia della gap proibita (3 eV), il fascio verrà trasmesso.

Nel caso della luce ultravioletta, l'energia dei fotoni (4 eV) è maggiore di quella dell'energia della gap proibita (3 eV) per cui il fascio verrà assorbito.

Esercizio 14 (dualismo onda-corpuscolo)

Un microscopio elettronico usa elettroni con energia di 20 keV. Si trovi la lunghezza d'onda di questi elettroni (h = h= $6.6\cdot10^{-34}$ J·s = $4.136\cdot10^{-15}$ eV·s massa degli elettroni = $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg che corrisponde a 0.511 MeV).

La lunghezza d'onda per un elettrone è data dalla relazione di De Broglie, in cui h è la costante di Planck e p = mv è la quantità di moto dell'elettrone:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}}$$

La quantità di moto si può ricavare dall'energia cinetica degli elettroni (si veda esercizio 1 oppure 2)

$$E_{CINETICA} = 20\,keV = 2\cdot10^4\,eV = 2\cdot10^4\cdot1.6\cdot10^{-19}\,J = 3.2\cdot10^{-15}\,J$$

Da cui:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2\cdot E_{CINETICA}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot3.2\cdot10^{-15}}{9.11\cdot10^{-31}}} \cong 8.4\cdot10^7\,\frac{m}{s}$$

Esercizio 15 (dualismo onda-corpuscolo)

Da cui:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot \mathrm{v}} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34}}{9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 8.4 \cdot 10^{7}} = 8.6 \cdot 10^{-12}\, m$$