

# L'Effetto Fotoelettrico

Corso di Introduzione alla Fisica Moderna,  
AA 2010/2011

S.Arcelli

# Natura Corpuscolare ed Ondulatoria della luce

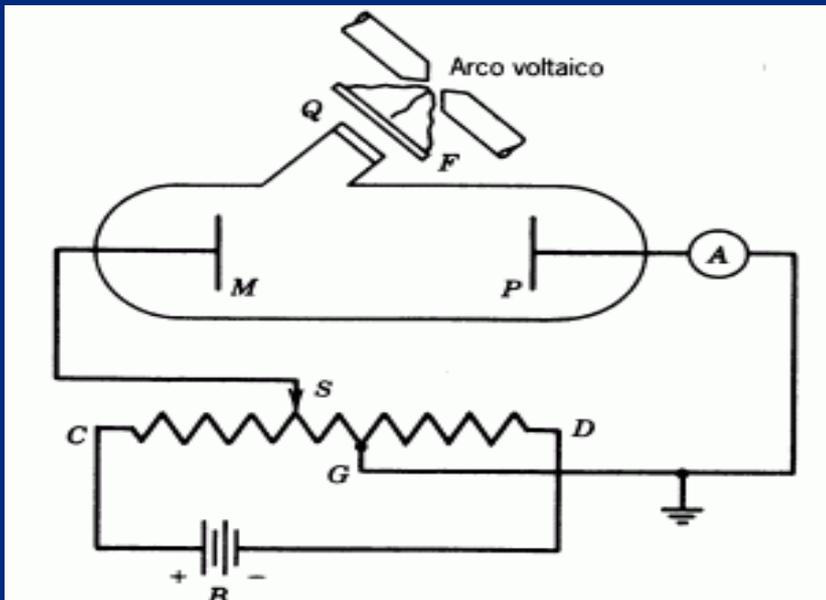
- **Teoria corpuscolare di Newton** (XVII secolo): senza fare alcuna ipotesi sulla natura dei costituenti corpuscolari della luce, permetteva di spiegare parte dei fenomeni dell'ottica geometrica (ad es. propagazione rettilinea, nello spazio vuoto, con trasporto di energia, teoria dei colori).
- Nello stesso secolo, **Huygens sviluppa una teoria ondulatoria**
- Durante il XIX secolo, **diversi esperimenti** misero in evidenza il comportamento ondulatorio della luce (nel 1801, esperimento di interferenza di Young) e confermarono la teoria di Huygens. Teoria ondulatoria ben stabilita per spiegare tutti i fenomeni allora noti
- Culmine della teoria ondulatoria della luce: nel **1864 Maxwell** dimostrò che una perturbazione associata ai campi elettrici e magnetici nel vuoto (onda elettromagnetica) si propaga con una velocità uguale a quella della luce. La luce è identificata definitivamente come onda elettromagnetica
- Alla fine dello stesso secolo e all'inizio del '900, esperimenti che danno risultati inconciliabili con la teoria ondulatoria della luce....

# Effetto Fotoelettrico

- Precedentemente, alcune evidenze che la radiazione elettromagnetica poteva indurre correnti elettriche (Bequerel, 1839 e Smith, nel 1874)
- Osservato per la prima volta da **Hertz nel 1880**, durante i suoi esperimenti sulle onde EM: La scarica di due elettrodi mantenuti ad una certa ddp. era facilitata se gli elettrodi venivano illuminati con luce UV.
- Nel 1888 **Righi e Hallwachs**, (quest'ultimo collaboratore di Hertz) , e successivamente **Philipp Von Lenard** (1902) dimostrarono che l'illuminazione di una superficie metallica con luce UV causava l'emissione istantanea di elettroni

# Effetto Fotoelettrico

- **Von Lenard** eseguì uno studio sistematico dell'effetto, utilizzando un semplice apparato sperimentale:



Frequenze:  $10^{14}$ - $10^{15}$  Hz, ddp: qualche Volt

## Principali caratteristiche dell'Apparato:

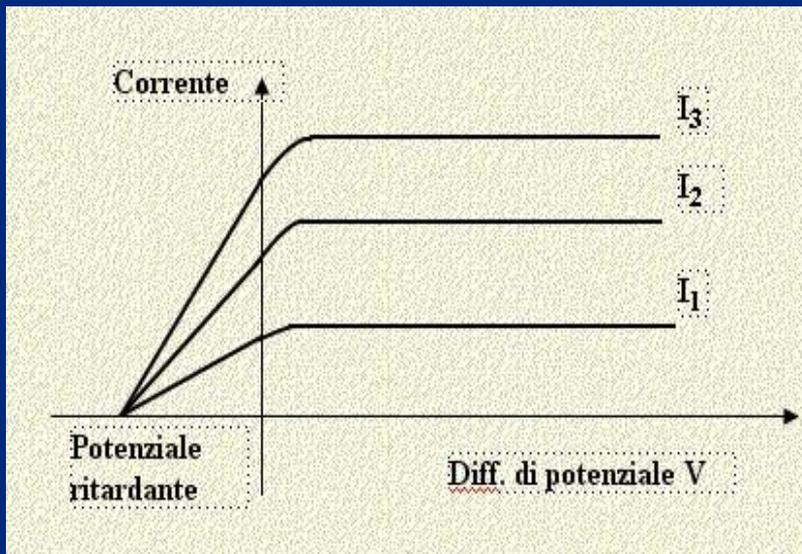
- Tubo a Vuoto
- Catodo Metallico (Zn, Al,..)
- Anodo forato
- Luce Ultravioletta monocromatica
- Differenza di Potenziale Variabile
- Galvanometro per la misura di corrente

## Misure Sperimentali:

- Corrente  $i$  nel circuito al variare della ddp applicata in funzione dell'intensità della luce
- Dipendenza dell'effetto dalla frequenza della luce incidente

# Effetto Fotoelettrico

- Caratteristica tensione – corrente in funzione dell'intensità  $I$  della luce. Per un dato valore di intensità della luce (ad es  $I_1$ ), variando la ddp  $V=V_A-V_C$  si osserva:



- Per  $V_A-V_C > 0$  gli elettroni emessi dal catodo C accelerano verso l'anodo A e rapidamente, all'aumentare della d.d.p., vengono tutti raccolti all'anodo. A questo punto si osserva una corrente i costante (saturazione)

- Per  $V_A-V_C < 0$  gli elettroni emessi dal catodo sentono un controcampo e sono frenati. La corrente  $i$  decresce rapidamente per annullarsi ad un certo  $V=V_0 < 0$ , detto potenziale ritardante o potenziale d'arresto

# Effetto Fotoelettrico

- In particolare:
  - Per  $V_A - V_C > 0$  la corrente è dovuta all'emissione di elettroni dal fotocatodo e alla loro raccolta sull'anodo. L'efficienza di raccolta aumenta al crescere di  $V$  fino a raggiungere un valore costante di saturazione, quando tutti gli elettroni emessi vengono raccolti.
  - Per  $V_A - V_C < 0$ , gli elettroni emessi dal fotocatodo sentono un controcampo: la corrente non si annulla (in particolare per  $V=0$ ,  $i \neq 0$ ) perchè gli elettroni sono emessi dal catodo con energia cinetica diversa da zero e alcuni sono ancora in grado di superare il controcampo dato dalla ddp negativa applicata.

# Effetto Fotoelettrico

- Gli elettroni sono emessi dal fotocatodo secondo uno spettro di velocità e direzioni. In particolare, data una certa velocità di emissione  $v$  possiamo dire che, in presenza di un controcampo applicato, l'elettrone riesce ad arrivare all'anodo (non si arresta prima) solo se:

$$\frac{1}{2}mv^2 > e |V_A - V_C|$$

- Non tutti gli elettroni sono emessi con una velocità che soddisfa questa condizione, e per questo la corrente misurata diminuisce man mano che si aumenta la ddp negativa applicata.

# Effetto Fotoelettrico

- La corrente decresce progressivamente fino a che, in corrispondenza del potenziale d'arresto  $-V_0=(V_A-V_C)$  si annulla (nessun elettrone raggiunge l'anodo). A cosa corrisponde questa condizione? Consideriamo ora la **velocità massima** di emissione degli elettroni dal fotocatodo. Possiamo scrivere:

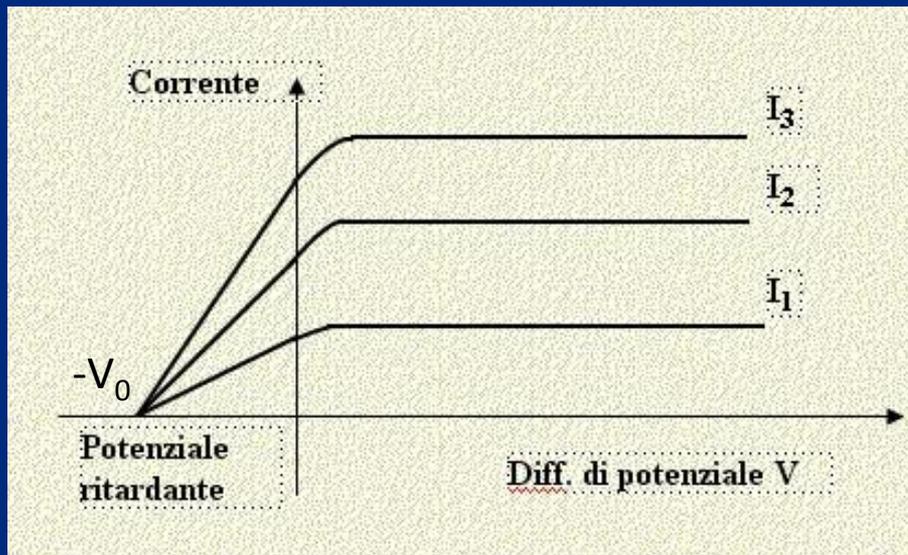
$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0$$

- In corrispondenza del potenziale d'arresto, tutti gli elettroni (quindi anche quello di velocità massima) sono arrestati prima di raggiungere l'anodo, e la corrente misurata è pertanto nulla.
- N.B: variazione energia cinetica=variazione energia potenziale  $\Rightarrow$

$$-eV_0 = 0 - \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

# Effetto Fotoelettrico

E la dipendenza della caratteristica dell'intensità  $I$  della luce?



$$I_1 < I_2 < I_3$$

- In generale, si osserva che la corrente è **proporzionale** all'intensità della luce:

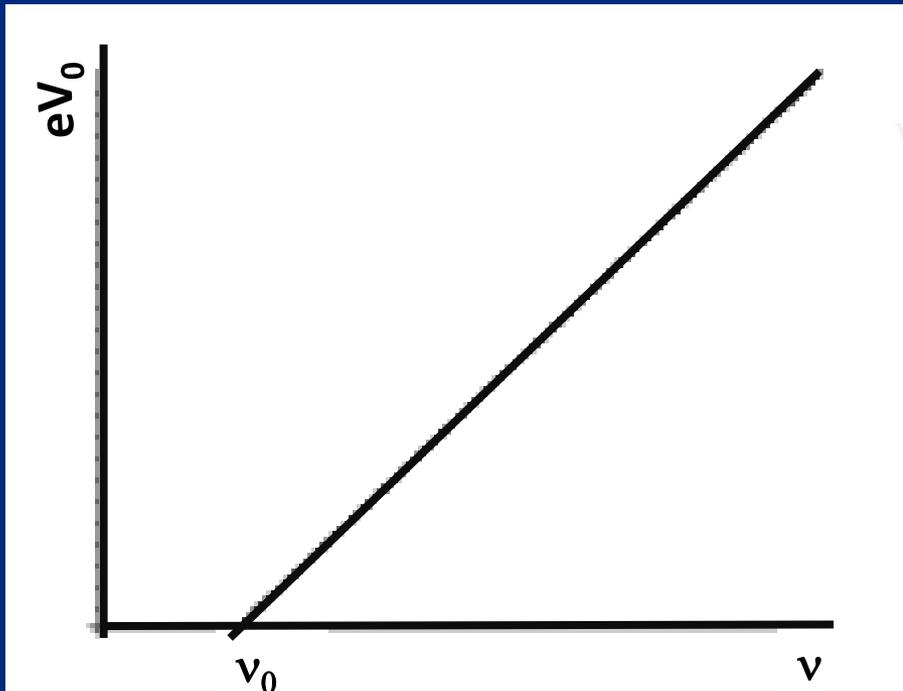
$$i \propto I$$

- Tuttavia, il potenziale d'arresto  $V_0$  è assolutamente **indipendente** dall'intensità della luce. Variando la frequenza della luce incidente si osserva invece una dipendenza.

# Effetto Fotoelettrico

dipendenza del potenziale d'arresto dalla frequenza della luce:

Prime osservazioni di Lenard, poi studiato approfonditamente da Millikan usando luce monocromatica di diverse frequenze e diversi tipi di fotocatodi (Na, K,...):



- Fissato il tipo di fotocatodo, si osserva una dipendenza **lineare** caratteristica fra  $\nu$  e  $V_0$ :

$$eV_0 = \alpha(\nu - \nu_0)$$

- $\alpha$  è una costante **indipendente** dall'intensità della luce, dalla frequenza, dal tipo di fotocatodo
- $\nu_0$  è detta **frequenza di soglia**, per  $\nu < \nu_0$  non si ha emissione qualunque sia l'intensità della luce.
- $\nu_0$  dipende dal **tipo di fotocatodo**,

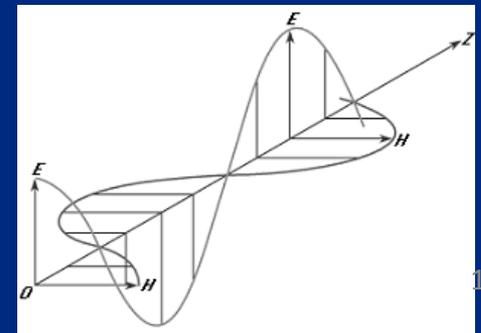
# Effetto Fotoelettrico

Risultati in gran parte inspiegabili nell'ambito della teoria classica della radiazione elettromagnetica (teoria ondulatoria), che aveva da poco conosciuto il suo culmine con la formulazione delle equazioni di Maxwell:

- Classicamente, l'emissione degli elettroni può essere spiegata nei termini di interazione fra l'onda elettromagnetica e gli elettroni nel materiale; gli elettroni sentono il campo elettrico  $E$  trasportato dall'onda e acquisiscono energia cinetica. Se la loro energia cinetica è sufficiente per superare la barriera di potenziale offerta dal materiale, possono essere liberati.
- Per un'onda E.M l'intensità  $I$  (misurata in J/ms) corrisponde **all'energia media** trasportata dall'onda per **unità di tempo** e per **unità di superficie perpendicolare**:

$$I = \langle |\vec{S}| \rangle \propto |E|^2$$

$\vec{S}$  = vettore di Poynting



# Effetto Fotoelettrico

Perchè il fenomeno non è spiegabile nell'ambito della teoria classica?

- **1° osservazione:** la corrente misurata è proporzionale all'intensità della luce incidente: Questo è previsto anche dalla teoria classica. Quanta più energia fornisco agli elettroni del metallo, tanti più ne riuscirò a liberare
- **2° osservazione.** Il potenziale d'arresto  $V_0$  è indipendente dall'intensità della luce. Questo non è spiegabile classicamente. Per intensità maggiori il campo elettrico è maggiore, e l'energia cinetica con cui vengono emessi gli elettroni (in particolare quella massima) dovrebbe aumentare concordemente, invece si osserva che:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0$$

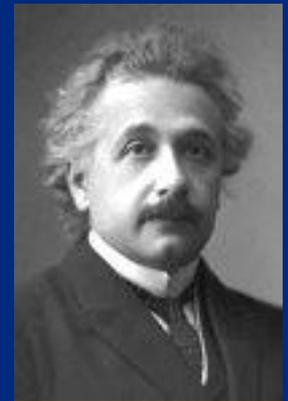
Indipendente dall'intensità della luce

# Effetto Fotoelettrico

Perchè il fenomeno non è spiegabile nell'ambito della teoria classica?

- **3° osservazione:** Nel fenomeno è presente una frequenza di soglia sotto la quale, per qualunque intensità della luce, il fenomeno non avviene. Invece, classicamente, l'energia trasferita dall'onda all'elettrone dipende dal modulo del campo elettrico dell'onda (e quindi dall'intensità) e dovrebbe quindi avvenire per qualunque frequenza della luce.
- **4° osservazione:** L'emissione è sempre istantanea (tempi inferiori a  $10^{-9}$  s). Classicamente, per due diverse intensità di luce si dovrebbero invece osservare tempi di emissione diversi (se l'intensità è minore occorrerà più di tempo per trasferire agli elettroni sufficiente energia per essere emessi)

# Effetto Fotoelettrico



Spiegazione dell'effetto fotoelettrico dovuta ad Einstein nel 1905, basandosi sul concetto di quanto di energia introdotto da Plank (1900) nello studio della radiazione di corpo nero.

Ipotesi di Einstein:

- La radiazione elettromagnetica è composta da singoli **quanti** di energia, detti **fotoni**. L'energia  $E$  dei fotoni è legata alla frequenza della radiazione dalla relazione:

$$E = h\nu$$

$$\begin{aligned} h &= \text{costante di Plank} \\ &= 6.62606876(52) \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ &= 4.1356692 \cdot 10^{-15} \text{ eV s} \end{aligned}$$

- Il processo di cessione di energia fra luce ed elettroni del materiale non è continuo come nella visione classica, ma avviene secondo eventi discreti. In particolare, Einstein ipotizzò che nell'interazione radiazione E.M. -materia il singolo elettrone potesse assorbire l'energia di un solo fotone

# Effetto Fotoelettrico

Quindi, nella singola interazione elettrone-fotone, e riferendosi all'elettrone con la massima velocità di emissione, seguendo l'ipotesi di Einstein si può scrivere il seguente bilancio energetico:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - W_e$$

- $W_e$  è il **lavoro di estrazione** del materiale, definito come la minima energia necessaria per estrarre un elettrone dal materiale.
- Notare che il lavoro di estrazione è definita come **l'energia minima**, e quindi corrisponde a quegli elettroni che si liberano dal materiale con la **massima energia cinetica**.
- L'emissione avviene solo se il bilancio energetico nell'interazione elettrone-fotone è soddisfatto.

# Effetto Fotoelettrico

Ora, se confrontiamo la legge empirica ottenuta da Lenard e successivamente da Millikan con l'equazione che deriva dall'ipotesi di Einstein:

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0 = \alpha(\nu - \nu_0)$$



$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - W_e$$

Si possono spiegare **tutte** le osservazioni, anche quelle contrastanti con la teoria classica:

- Il potenziale d'arresto non dipende dall'intensità ma solo dalla frequenza della luce. La dipendenza prevista è lineare, come osservato, e la pendenza della retta è una costante universale

$$\frac{\alpha}{e} = \frac{h}{e} \Rightarrow \alpha = h$$

# Effetto Fotoelettrico

- Si spiega l'esistenza di una frequenza di soglia: infatti il processo non può avvenire se:

$$\nu < \nu_0 = \frac{W_e}{h}$$

la frequenza di soglia è caratteristica del materiale (dipende da  $W_e$ ,  $h$  è una costante universale)

- Il processo non può avvenire per frequenze inferiori alla frequenza di soglia, indipendentemente dal numero di fotoni incidenti (come si diceva proporzionale all'intensità della radiazione  $I$ ), perchè l'assorbimento di un fotone da parte dell'elettrone avviene attraverso un singolo processo elementare

# Effetto Fotoelettrico

- Essendo l'interazione elettrone-fotone un processo elementare, l'emissione è sempre istantanea
- A frequenza della luce fissata, la proporzionalità diretta fra intensità di corrente di elettroni emessi e intensità della luce (spiegabile anche classicamente) è anche prevista dall'ipotesi di Einstein tenendo presente che:

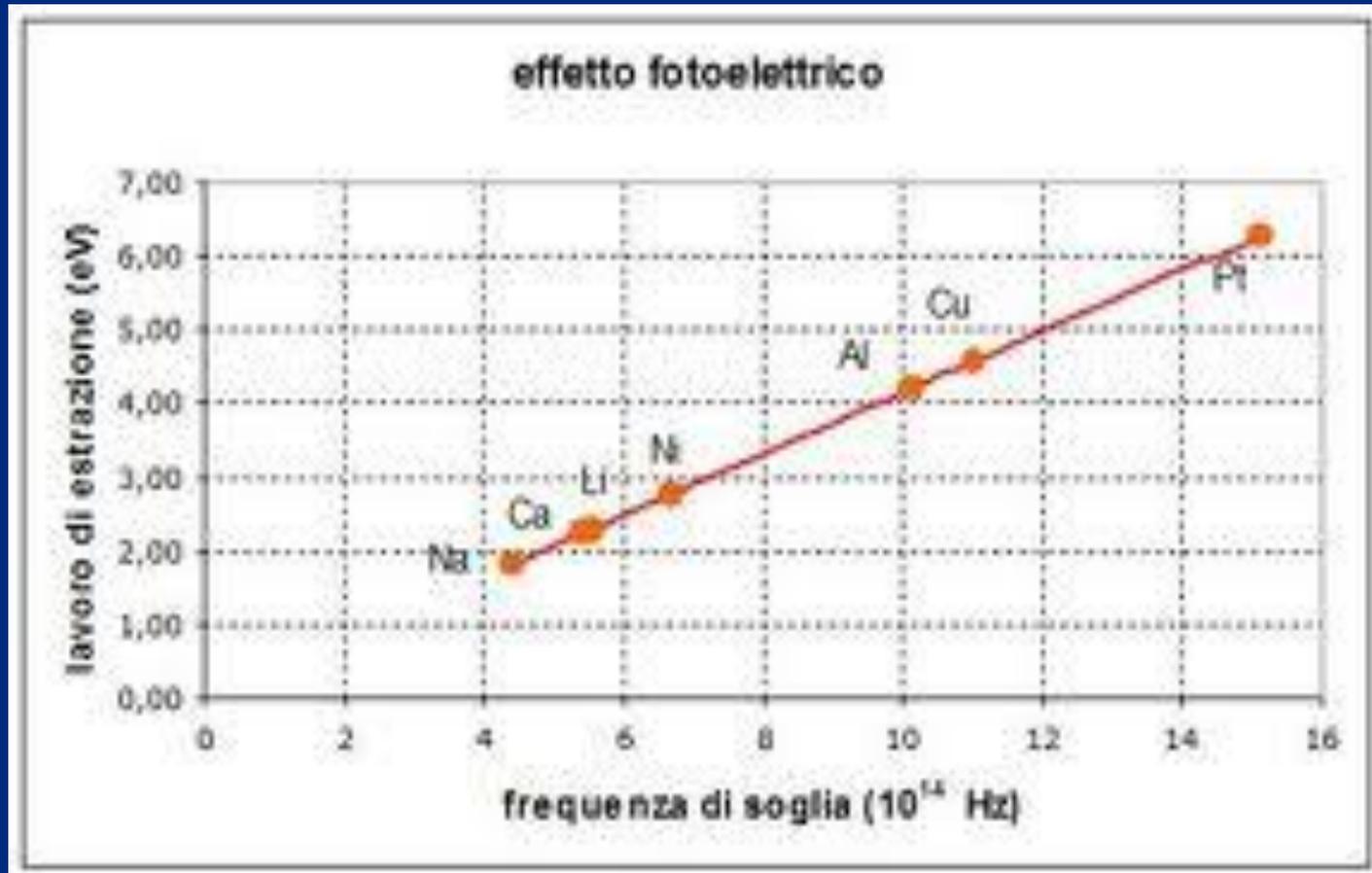
$$I = nh\nu$$

dove  $n$  è il numero di fotoni per unità di tempo e per superficie perpendicolare di incidenza.

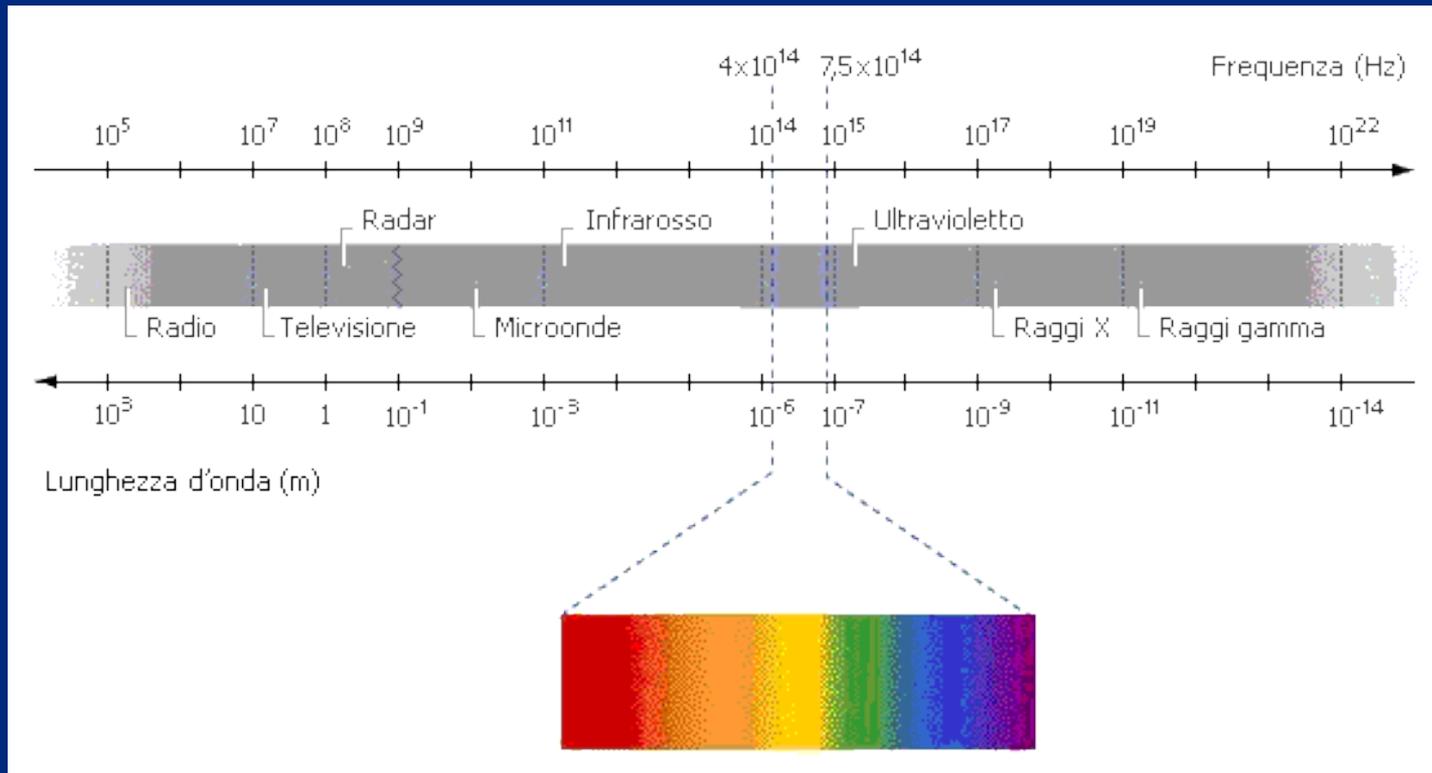
- Misure accurate di Millikan (1914) della dipendenza del potenziale d'arresto dalla frequenza (determinazione di diverse frequenze di soglia, e pendenza della caratteristica lineare  $\rightarrow h/e$ ) confermarono completamente l'ipotesi di Einstein (che ricevette il Nobel nel 1921)

# Effetto Fotoelettrico

Tipici valori di frequenze di soglia e lavoro di estrazione:



# Effetto Fotoelettrico

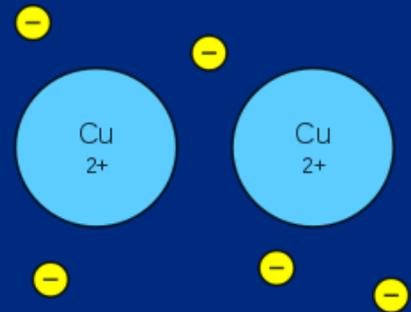


L'effetto fotoelettrico non avviene solo per superfici metalliche, ma anche per altri materiali solidi, liquidi e gassosi, e per un largo spettro di valori di frequenze di radiazione (infrarosso ↔ raggi  $\gamma$ )

# Effetto Fotoelettrico

## Effetto Fotoelettrico nei metalli:

- I metalli sono una classe di elementi con particolari proprietà, quali l'alto potere di riflessione della luce, l'alta conducibilità elettrica e termica, dotati a livello microscopico di una struttura regolare di atomi.
- Sono caratterizzati da un particolare legame chimico (detto legame metallico, appunto): tendono a cedere gli elettroni di valenza assumendo la configurazione di gas nobili. Gli elettroni di valenza sono delocalizzati su tutto il reticolo di atomi carichi positivamente.
- Gli elettroni di valenza sono responsabili del legame metallico ma sono delocalizzati e possono essere visti come un "gas" di elettroni. Trattandolo classicamente e assumendo un gas ideale (Drude), si spiegano molte proprietà come l'alta conducibilità elettrica (legge di Ohm) e termica.



# Effetto Fotoelettrico

- Alcune proprietà non spiegate (dipendenza dei calori specifici dalla temperatura) inducono ad adottare una trattazione quantistica basata sulla statistica di Fermi-Dirac (Sommerfeld, 1927)
- In questa trattazione, gli elettroni di valenza sono ancora delocalizzati e si comportano come un gas ideale, ma essendo fermioni (particelle con spin semintero) obbediscono al principio di esclusione di Pauli (due fermioni identici non possono essere nello stesso stato quantico).
- A  $T=0$  K gli elettroni tendono a occupare i livelli di energia più bassi da un minimo fino ad un valore massimo  $E_F$  (energia di Fermi )

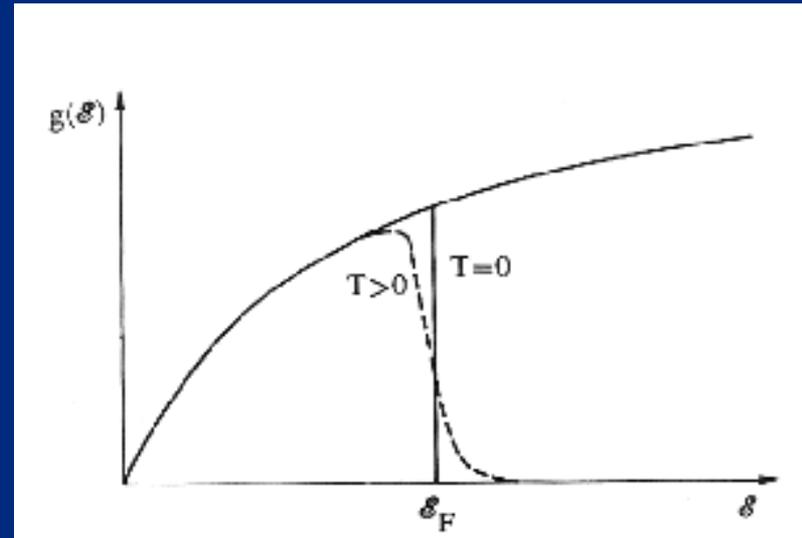
$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3}$$

- $n_0$  = densità di elettroni
- Gli elettroni non possono essere nello stesso stato quantico  $\rightarrow n_0/2$  livelli di energia occupati, da  $E_{\min}=0$  a  $E_{\max}=E_F$

# Effetto Fotoelettrico

- Densità degli stati a  $T=0$ :

$$\frac{dn}{dE} = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E}$$

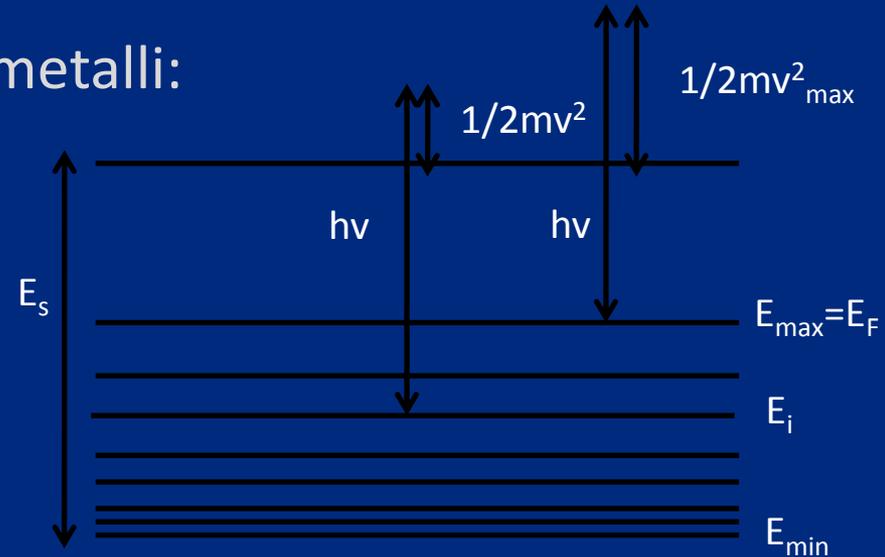


- $E_F$  dipende da  $n_0$  ( $\sim 10^{30}/\text{m}^3$ ), quindi dal metallo, ed è dell'ordine di 10 eV
- La forma della distribuzione non dipende dal metallo, solo il suo limite  $E_F$
- La distribuzione degli elettroni nei livelli di energia dipende molto poco dalla temperatura (a 300 K,  $KT \sim 0.02$  eV  $\ll E_F$ ).

# Effetto Fotoelettrico

Tornando all'Effetto Fotoelettrico nei metalli:

- $E_S$ : energia necessaria per rimuovere un elettrone di energia  $E_{\min}$  dal metallo
- Dato un elettrone con energia  $E_i$  con  $E_{\min} < E_i < E_F$ , esso assorbe un fotone di energia  $h\nu$  ed esce dal metallo con un'energia cinetica  $\frac{1}{2}mv^2$



$$\forall E_i : \frac{1}{2}mv_i^2 = h\nu - (E_S - E_i)$$



Fissata l'energia del fotone si ha uno spettro di possibili valori di energia cinetica

$$E_i = E_F : \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - (E_S - E_F)$$



$E_S - E_F$  è il lavoro di estrazione  $W_e$  (proprietà del metallo)

# Effetto Fotoelettrico

## Riassumendo:

- L'effetto Fotoelettrico mostra molte caratteristiche che non possono essere spiegate nell'ambito della teoria ondulatoria della luce
  - Indipendenza del potenziale d'arresto dall'intensità della luce
  - Esistenza di una frequenza di soglia, dipendente dal materiale
  - Istantaneità dell'emissione
- Queste caratteristiche sono perfettamente spiegate dall'ipotesi di Einstein, che descrive il fenomeno in termini di interazioni elementari (assorbimento) tra l'elettrone e il fotone con scambio di energia quantizzata → verso un'ipotesi di natura **corpuscolare** della luce (o meglio, verso il dualismo onda-corpuscolo della meccanica quantistica)
- Aspetto corpuscolare della radiazione pienamente evidenziato in esperimenti sulla diffusione dei Raggi X (effetto Compton)

# Scoperta dei Raggi X



Scoperti occasionalmente da Roentgen nel 1895:

- Operando un tubo a raggi catodici, osservò effetti di fluorescenza su uno schermo situato ad una certa distanza dal tubo
- Ulteriori misure interponendo diversi spessori di vari materiali tra il tubo e lo schermo, in cui si osservava che l'effetto di fluorescenza permaneva (seppure con diverse intensità)
- In grado di provocare ionizzazione in un gas, impressionare lastre fotografiche
- Propagazione non influenzata dalla presenza di campi elettrici e magnetici



- Alto potere **penetrante**
- Di **carica Nulla**



Chiamati da  
Roentgen  
“Raggi X”

# Scoperta dei Raggi X

La loro natura di radiazione E.M. di alta energia fu stabilita solo 17 anni più tardi (1912), evidenziandone il comportamento ondulatorio

- Esperimenti di **diffrazione** con cristalli (von Laue)
- Esperimenti di **polarizzazione** (Barkla)

N.B. La natura ondulatoria dei raggi X è **difficile** da mettere in evidenza:

- Sono onde E.M. di elevata frequenza:  $5 \times 10^{17} < \nu < 5 \times 10^{19}$  Hz
- Le lunghezze d'onda tipiche sono quindi comprese in  $10^{-12} < \lambda < 10^{-10}$  m

Inutili reticoli ottici ( $\lambda \cong 10^{-7}$  m), occorrono reticoli particolari (cristalli):

- Von Laue utilizzò cristalli in cui il passo reticolare è dell'ordine di  **$10^{-10}$  m**
- In questo caso si ha  $\lambda_x \cong$  passo del reticolo di diffrazione e si riesce ad osservare la natura ondulatoria dei raggi X

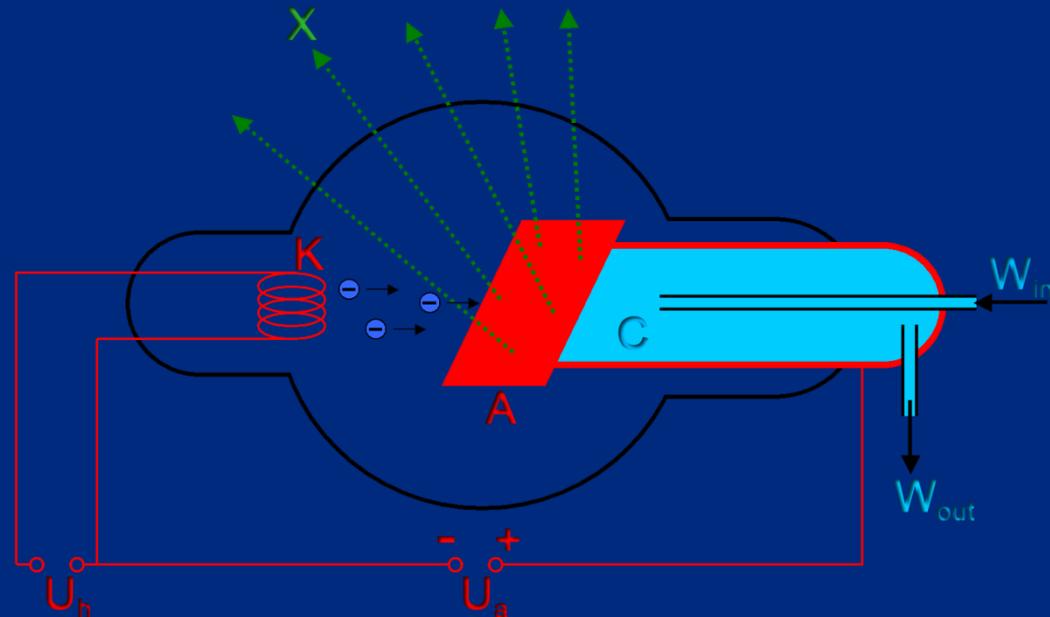
# Produzione di Raggi X

- I raggi X vengono facilmente prodotti quando elettroni veloci sono fortemente decelerati, e questo avviene ad esempio quando colpiscono un bersaglio di materiale (preferenzialmente pesante, come Pb, W, etc...)
- Questo non è l'unico modo di produzione (decadimenti radioattivi, processi nucleari e subnucleari,...)
- Quando Roentgen li osservò, i raggi X erano prodotti dagli elettroni (raggi catodici) che incidevano contro il vetro del tubo
- Dispositivo ottimizzato per la produzione di Raggi X: **il tubo di Coolidge** (tubo a raggi X)

# Raggi X

## Tubo di Coolidge:

- Catodo: filamento incandescente (ad esempio di Tungsteno) , elettroni emessi per effetto termoionico
- Anodo: metallico, opportunamente sagomato e di materiale pesante (Pb, W, Mo) e con alto punto di fusione
- DDP molto elevate, 10÷100kV, vuoto spinto



- Gli elettroni sono fortemente accelerati, penetrano nei primi strati del materiale dell'anodo e subiscono un'azione fortemente decelerante da parte dei campi elettrici locali (molto intensi) generati dai nuclei del materiale
- Una carica accelerata emette radiazione E.M.!

# Raggi X

Emissione di radiazione E.M. da parte di una carica accelerata:

**Formula di Larmor** (valida per elettroni non relativistici)

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

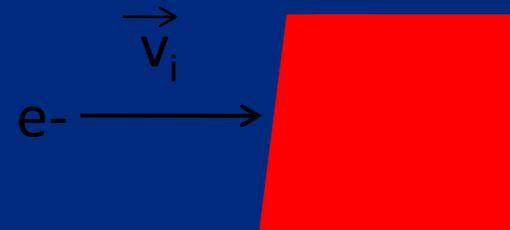
- **P** è la potenza (energia emessa/s) irradiata da una carica con accelerazione **a**
- Emissione massima in direzione **perpendicolare** a **v**

• Come dipende l'intensità della radiazione dall'energia iniziale degli elettroni e dalla distanza di arresto nel materiale?

# Raggi X

Schema semplificato: assumiamo che gli e- siano frenati nel bersaglio con accelerazione costante (in modulo e direzione):

- Si arresta in un tempo  $t = v_i/a$
- Entro una distanza  $s = v_i^2/(2a)$



Energia emessa nel tempo  $t$  di arresto:

$$W(v_i, s) = P \cdot t = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{v_i}{a} = \frac{e^2 a v_i}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{e^2 v_i^3}{12\pi\epsilon_0 c^3 s}$$

- $W \propto v_i^3$ : l'energia irradiata cresce molto rapidamente in funzione di  $v_i$  (in realtà a non è costante e si dimostra che  $W \propto v_i^4$ )
- $W \propto 1/s$ : l'energia irradiata è inversamente proporzionale alla distanza di arresto, se il materiale è pesante (alto  $Z$ )  $s$  è minore e la produzione di raggi X è maggiore