

Modulo 1 Oscillazioni, onde e suoni

Unità 3 Onde elastiche e suoni

Che i suoni fossero onde nell'aria simili a quelle che il lancio di una pietra produce sulla superficie dell'acqua era noto agli architetti dell'antichità, in particolare all'architetto romano Marco Vitruvio Pollione. Delle onde sonore, e più in generale delle onde elastiche, si occupa questa Unità, fornendo elementi di comprensione per affrontare con qualche cognizione di causa lo straordinario mondo dei suoni e per rispondere a domande quali: come funzionano gli strumenti musicali? come funziona il nostro orecchio?

Figura 0. L'ottima acustica dei teatri greci e romani dimostra che gli architetti dell'antichità possedevano buone conoscenze dei fenomeni essenziali riguardanti le onde sonore.
(Vignetta o fotografia)

3.1 Le onde elastiche e la velocità delle onde trasversali

Le onde che si propagano in una fune, le onde sismiche dei terremoti e le onde che noi percepiamo come suoni, cioè le onde sonore, sono esempi di **onde elastiche**. Chiamate così perché la loro propagazione a distanza è affidata alle forze elastiche che si esercitano fra le particelle del mezzo materiale dove esse viaggiano.

La propagazione, come sapete, non è istantanea. Perché un'onda elastica si propaghi occorre infatti che le particelle del mezzo in cui essa viaggia si spostino, cioè vengano accelerate, e a ciò si oppone la loro inerzia. Più precisamente, per qualsiasi onda elastica, la velocità di propagazione dipende in generale da due fattori: un *fattore elastico* che rappresenta appunto l'interazione elastica fra le particelle del mezzo, un *fattore inerziale* che dipende dalla massa delle particelle coinvolte nella propagazione dell'onda. Il primo contribuisce ad aumentare la velocità di propagazione, il secondo la rallenta.

Un esempio di onde meccaniche non elastiche sono le *onde di superficie*, che si propagano lungo il confine fra due mezzi, come le onde del mare. La forza di richiamo, per questo tipo di onde, non è di natura elastica ma gravitazionale.

Alla propagazione di qualsiasi onda si accompagna il trasporto di energia. Nel caso delle onde elastiche la trasmissione di energia avviene attraverso continue trasformazioni fra energia cinetica, associata al moto delle particelle del mezzo, ed energia potenziale elastica, associata al loro spostamento dal punto di riposo. Sicché possiamo interpretare la velocità di propagazione di queste onde come dovuta ai tempi necessari per lo svolgimento di queste trasformazioni.

Come sapete, nei solidi possono propagarsi onde elastiche sia trasversali che longitudinali; nei liquidi e nei gas soltanto onde longitudinali. Diciamo subito che le onde longitudinali, chiamate anche *onde di compressione*, rivestono particolare importanza perché è ad esse che si deve la trasmissione dei suoni attraverso l'aria o altri mezzi.

La velocità delle onde trasversali

Consideriamo ora le onde trasversali che si propagano in una corda. I risultati delle prove proposte nella figura 1 mostrano che la frequenza di queste onde, a parità di lunghezza della corda, aumenta al crescere della forza che tende la corda e diminuisce con il suo spessore, cioè con la sua massa per unità di lunghezza. Sapendo che la velocità di propagazione delle onde è direttamente proporzionale alla frequenza ($v = \lambda f$), possiamo interpretare questi risultati attribuendo alla velocità di propagazione le dipendenze trovate per la frequenza.

E infatti gli studi analitici svolti nel Settecento sul “problema della corda vibrante” da parte dei maggiori matematici del tempo - Leonhard Euler (Eulero), Giuseppe Luigi Lagrange e Jean Baptiste d'Alembert - portarono a concludere che la velocità di propagazione delle onde in una fune di massa M e lunghezza L , tesa con una forza di tensione di intensità F_T , è data dalla legge:

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{F_T}{M/L}}$$

Se la corda non è tesa? Ben poco si propaga. Potete osservarlo disponendo una corda su un piano: spostandone un estremo, con l'altro libero, si muoverà, debolmente, soltanto la parte della corda prossima al punto di eccitazione.

Qui interpretiamo come fattore inerziale, che rallenta la velocità di propagazione, la massa della corda per unità di lunghezza (M/L); come fattore elastico, che la accresce, la tensione della corda (F_T).

Approfondimento 1. Ricaviamo la velocità di propagazione in una corda con il metodo dell'analisi dimensionale.

E' chiaro che la velocità di un'onda dipende dalle caratteristiche del mezzo in cui essa si propaga. Nel caso di una corda vibrante, queste caratteristiche sono la tensione della corda F_T , la sua massa M e la sua lunghezza L . Ciò che conta, però, non è la massa totale della corda, ma piuttosto la sua massa per unità di lunghezza, cioè la sua densità lineare $\mu = M/L$. E' infatti evidente che la propagazione è diversa (più veloce) in una lunga cordicella che in una più spessa con la stessa massa totale.

Cerchiamo ora una espressione della velocità di propagazione in termini di questi fattori. Per prima cosa individuiamo le dimensioni fisiche delle tre grandezze in gioco:

$$[v] = [L]/[T]$$

$$[\mu] = [M]/[L]$$

$$[F_T] = [M][L]/[T]^2$$

(dove i simboli T, L ed M fra parentesi quadre rappresentano rispettivamente tempo, lunghezza e massa). Poi cerchiamo una combinazione dei fattori μ e F_T , che andrà scelta in modo che abbia le stesse dimensioni fisiche della velocità v . Una possibile forma di questa combinazione è la seguente:

$$v = K \mu^a F_T^b$$

dove K è una costante adimensionale incognita (e destinata a restare tale nell'ambito di questo metodo). Le dimensioni fisiche di tale espressione sono:

$$[L]/[T] = ([M]/[L])^a ([M][L]/[T]^2)^b = [T]^{-2b} [L]^{b-a} [M]^{a+b}$$

Si ha l'uguaglianza fra i due membri se sono verificate le seguenti uguaglianze fra gli esponenti:

$$\text{considerando il tempo } [T] \quad -1 = -2b$$

$$\text{considerando la lunghezza } [L] \quad 1 = b - a$$

$$\text{considerando la massa } [M] \quad 0 = a + b$$

Dalla prima uguaglianza si ricava $b = 1/2$, dalla seconda si ricava $a = b - 1 = -1/2$, e quindi anche la terza è verificata. Possiamo allora concludere che:

$$v = K \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = K \sqrt{\frac{F_T}{M/L}}$$

Osserviamo che tale risultato è in pieno accordo con la formula (1) se si sceglie valore unitario per la costante numerica K . E qui è importante ricordare che il metodo dell'analisi dimensionale non fornisce alcuna indicazione per stabilire il valore della costante adimensionale che figura nella formula. Nel caso presente sappiamo che questo valore era $K = 1$; ma in altri casi poteva essere π , $\sqrt{2}$ o qualsiasi altro numero.

3.2 La velocità delle onde longitudinali

Consideriamo ora le onde di compressione, cioè le onde elastiche longitudinali. Nei corpi solidi, si trova che la loro velocità dipende dalle caratteristiche del mezzo secondo una legge simile alla (1):

$$(2) \quad v = \sqrt{\frac{Y}{\delta}}$$

dove il fattore elastico è rappresentato dal modulo di Young Y , che esprime l'elasticità del solido, il fattore inerziale dalla sua densità δ . Le velocità maggiori si hanno nei solidi molto rigidi e poco densi, come il granito, le minori nei materiali poco rigidi e molto densi, come il piombo, o in quelli, come la gomma, nei quali forze relativamente deboli producono grandi deformazioni elastiche.

Una espressione analoga vale anche per le onde di compressione nei liquidi:

$$(3) \quad v = \sqrt{\frac{Y_L}{\delta}}$$

La (3) si ottiene dalla (2) sostituendo il modulo di Young Y con il parametro di elasticità Y_L , definito come il rapporto fra una variazione Δp della pressione e la corrispondente variazione relativa del volume $\Delta V/V$:

$$(4) \quad Y_L = -\Delta p / (\Delta V/V)$$

Notate che il parametro Y_L ha lo stesso significato fisico e le stesse dimensioni del modulo di Young Y .

Esempio 1. La velocità di un'onda di compressione nel mare.

Vogliamo calcolare la velocità con cui si propaga l'onda di compressione prodotta nel mare dall'esplosione di una mina a piccola profondità, sapendo che per l'acqua marina $Y_L = 2,1 \text{ GPa}$ e $\delta = 1,03 \text{ g/cm}^3$.

Utilizziamo la formula (3), ottenendo $v = \sqrt{\frac{Y_L}{\delta}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^9}{1,03 \cdot 10^3}} = 1,43 \cdot 10^3 \text{ m/s}$: un valore prossimo a quello indicato nella Tabella 1 a pagina 5.

Nei gas la velocità di propagazione delle onde di compressione, e dunque la **velocità del suono**, segue la seguente legge, analoga alla (3):

$$(5) \quad v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\delta}}$$

dove il parametro di elasticità è rappresentato dalla pressione del gas e il parametro γ tiene conto delle trasformazione termodinamica a cui il gas è soggetto quando viene compresso o rarefatto dall'onda che lo attraversa (\rightarrow Collegamento con la storia 1.). Nel caso dell'aria, che è costituita da gas biatomici, si ha $\gamma = 1,4$.

Esaminando la formula (5), si nota la dipendenza della velocità dalla pressione e dalla densità del gas. O forse c'è una dipendenza "nascosta", più significativa, da qualche altra grandezza? Che potremmo individuare se ricordassimo l'equazione di stato dei gas perfetti ...

Esempio 2. La velocità del suono su Marte.

Vogliamo calcolare la velocità del suono sulla superficie di Marte, sapendo che l'atmosfera marziana è costituita prevalentemente da anidride carbonica (CO_2), con pressione $p = 699 \text{ Pa}$ e densità $\rho = 1,46 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3$.

Applicando la formula (5) si ha: $v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\delta}} = \sqrt{1,4 \frac{699}{1,46 \cdot 10^{-2}}} = 259 \text{ m/s}$

Ma questo risultato non è corretto. Il calcolo è stato infatti eseguito assumendo $\gamma = 1,4$, come per l'aria. Questo valore (\rightarrow Collegamento con la storia 1) riguarda però i gas biatomici, come l'azoto e l'ossigeno che sono i principali costituenti dell'aria. Nel caso dell'anidride carbonica, che è un gas triatomico, il valore appropriato è $\gamma = 1,3$, utilizzando il quale nella formula (5) si ottiene; $v = 249$ m/s. Chi poi avesse dubbi al riguardo può sempre controllare *in loco*.

Collegamento con la storia 1. Il calcolo della velocità del suono da Newton a Laplace.

Il primo calcolo della velocità delle onde di compressione in un gas si deve a Newton, che lo espose nella sua famosa opera "*Principia Mathematica ...*" del 1687. Egli esprime la velocità del suono come radice quadrata del rapporto fra pressione e densità del gas, con la formula: $v = \sqrt{\frac{p}{\delta}}$.

Questa espressione si ricava applicando al gas la legge di Boyle ($pV = \text{cost}$), che era già nota al tempo di Newton:

$$(A) \quad pV = (p + \Delta p)(V + \Delta V) = pV + p \Delta V + V \Delta p + \Delta p \Delta V$$

Da questa uguaglianza, trascurando il prodotto $\Delta p \Delta V$ perché piccolo rispetto agli altri termini, si ricava: $p = -\Delta p / (\Delta V/V)$, cioè il parametro di elasticità Y_L definito dalla (4). Alla formula di Newton si arriva poi sostituendo Y_L nella (3).

La formula di Newton fornisce però valori della velocità del suono apprezzabilmente inferiori a quelli ottenuti sperimentalmente. Per esempio nel caso dell'aria in condizioni normali ($p = 1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T = 0^\circ\text{C}$, $\delta = 1,29 \text{ kg/m}^3$), si ottiene: $v = \sqrt{(1,01 \cdot 10^5 / 1,29)} = 280 \text{ m/s}$, cioè un valore inferiore di circa il 20% a quello noto sperimentalmente (332 m/s). Di questo si rese conto lo stesso Newton, che attribuì la discrepanza a irregolarità del moto di oscillazione dell'aria.

Qual era il vero motivo della discrepanza? Quello di ammettere che la trasformazione termodinamica subita dal gas durante la propagazione dell'onda sia isoterma, cioè con scambi di calore che ne mantengano sempre costante la temperatura e quindi valga semplicemente la legge $pV = \text{cost}$. Ma in realtà non avviene così: durante il passaggio dell'onda ogni straterello di gas viene compresso o rarefatto così velocemente che non vi sono scambi di calore con gli straterelli adiacenti. La trasformazione è dunque di tipo adiabatico (\rightarrow Termodinamica, Unità 2, § 8), descritta dalla legge $pV^\gamma = \text{cost}$, dove γ è il rapporto fra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante, che per i gas biatomici, e dunque per l'aria, vale $\gamma = 1,4$.

A queste conclusioni, oltre un secolo dopo Newton, arrivò Pierre Simon de Laplace nel 1816, il quale le utilizzò per ricavare la formula (5), che è in ottimo accordo con i dati sperimentali. Laplace considerò il suo intervento come un semplice aggiustamento di una formula che era basata su un metodo fondamentalmente corretto, che anzi costituiva "*un monumento al genio di Newton*".

Figura 3. Al francese Pierre Simon de Laplace (1749-1827), matematico, fisico e astronomo di prima grandezza, si devono molti importanti contributi alla scienza. Nelle sue opere di astronomia, in particolare nella *Exposition du système du monde* del 1796, Laplace riprese e sviluppò la teoria cosmogonica che Immanuel Kant aveva pubblicato nella sua *Storia generale della natura e teoria del cielo* (1755), ipotizzando che la formazione del nostro sistema planetario fosse dovuta alla rotazione, e poi alla graduale condensazione, di una massa gassosa incandescente primigenia, da cui la forza centrifuga avrebbe distaccato i pianeti e i loro satelliti. Questa "ipotesi della nebulosa", in realtà smentita dai progressi successivi delle conoscenze, rientrava in un grande programma "meccanicista", cioè nella riduzione di tutte le discipline fisiche (dall'astronomia sino alla termologia) alle leggi della meccanica, nella linea filosofica dell'Illuminismo. Il determinismo laplaciano è bene espresso in una sua opera del 1814, dove egli scrive: "*Un'intelligenza che conoscesse, a un dato istante, tutte le forze da cui è animata la natura e la disposizione di tutti gli enti che la compongono, ... abbraccerebbe in una stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell'universo e degli atomi più leggeri; per essa nulla sarebbe incerto ...*". Ma gli sviluppi della fisica del Novecento, come vedremo nel Modulo 2 del Tomo V, condurranno gli scienziati ad abbracciare la nuova Meccanica Quantistica, cioè una visione della natura tutt'altro che deterministica.

(Immagine di Laplace, da trovare)

Tabella 1. Velocità delle onde elastiche longitudinali (velocità del suono) a 0°C e a pressione ordinaria					
SOLIDI	v (m/s)	LIQUIDI	v (m/s)	GAS E VAPORI	v (m/s)
gomma	~50	alcol etilico (etanolo)	1170	anidride carbonica	259
sughero	~500	mercurio	1450	ossigeno	316
piombo	1230	acqua	1484	aria	332
cemento	~4300	acqua di mare	1510	azoto	334
acciaio e ferro	5100	Olio	~1500	elio	965
granito	~6000			neon	1435

3.3 L'energia delle onde elastiche

Consideriamo una corda vibrante, dove si propaga un'onda sinusoidale di ampiezza s_0 e pulsazione ω (\rightarrow Unità 2). L'energia immagazzinata in un trattino di lunghezza Δx e massa Δm , che si muove di moto armonico, è (\rightarrow formula (15) dell'Unità 1):

$$E_{\Delta x} = \frac{1}{2} \Delta m s_0^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \Delta x s_0^2 \omega^2 \mu$$

dove $\mu = \Delta m / \Delta x$ rappresenta la densità lineare della corda.

E quindi in una corda di massa M e lunghezza L l'energia è:

$$(6) \quad E_L = \frac{1}{2} M s_0^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \mu L s_0^2 \omega^2$$

L'energia $E_{\Delta x}$ rappresenta il valor medio dell'energia totale del trattino Δx , somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale elastica.

E la potenza? La potenza media trasmessa lungo la corda possiamo calcolarla come rapporto fra l'energia E_λ immagazzinata in una lunghezza d'onda e il periodo T di oscillazione, ricordando che durante un periodo T di oscillazione l'onda avanza di una lunghezza d'onda:

$$(7) \quad P = E_\lambda / T = \frac{1}{2} \mu \lambda s_0^2 \omega^2 / T = \frac{1}{2} \mu v s_0^2 \omega^2$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo utilizzato la relazione $v = \lambda / T$.

Sebbene ricavate nel caso particolare della corda vibrante, le proprietà essenziali espresse dalle formule (6) e (7) valgono per qualsiasi tipo di onda elastica, e quindi anche per le onde sonore. Cioè:

- l'energia di un'onda elastica è direttamente proporzionale al quadrato dello spostamento e al quadrato della frequenza (ricordando che $f = \omega / 2\pi$);
- la potenza media trasportata da un'onda elastica è direttamente proporzionale alla velocità di propagazione, al quadrato dello spostamento e al quadrato della frequenza.

Figura 1. La frequenza del suono di una corda vibrante è direttamente proporzionale alla velocità con cui vi si propagano le onde trasversali. Che a sua volta dipende dalla tensione F_T della corda e dalla sua densità lineare M/L . Ciò posto, esaminate le corde di una chitarra e stabilite: a) perché le diverse corde emettono note diverse, b) in che modo è possibile accordare la chitarra, apportando piccoli cambiamenti alle frequenze dei suoni emessi dalle sue corde. (fotografia di un ragazzo che accorda una chitarra)

Figura 2. Nei liquidi, come anche nei gas, possono propagarsi soltanto onde elastiche longitudinali, in particolare onde sonore, permettendo così lo svolgimento di comunicazioni acustiche fra gli animali marini. La propagazione nel mare è eccellente per gli infrasuoni, le onde di frequenza inferiore a 20 Hz che l'uomo non può udire, con le quali le balene comunicano fra loro, anche a distanze di molte decine di chilometri. (immagine di balene da trovare)

3.4 Le onde sismiche

Un esempio importante di onde meccaniche sono le **onde sismiche**. Prodotte da un brusco rilascio di energia in un punto della crosta terrestre a cui si dà il nome di *ipocentro*, queste onde si propagano a distanza, manifestandosi come oscillazioni della superficie terrestre, a volte di ampiezza tale da produrre effetti rovinosi.

I diversi tipi di onde sismiche sono evidenziati nella figura 4, che rappresenta un *sismogramma*, cioè una registrazione delle vibrazioni del suolo. Il terremoto, in questo caso, si è verificato a grande distanza dal sito di osservazione, permettendo così di distinguere le diverse onde sismiche in base ai loro tempi di arrivo. Per prime, perché più veloci, arrivano le *onde primarie (P)*, che sono onde longitudinali; seguono poi, più lente, le *onde secondarie (S)*, che sono invece onde trasversali: entrambe sono onde elastiche e provengono direttamente dall'ipocentro. Le ultime ad arrivare sono le *onde lunghe (L)*: onde di superficie che provengono dall'*epicentro* del terremoto, cioè il punto della superficie terrestre sulla verticale dell'ipocentro, dopo che esso è stato raggiunto dalle onde P ed S (→ figura 5). Le onde lunghe sono le più pericolose. Nei terremoti più violenti esse diventano addirittura visibili perché il suolo s'increspa, attraversato da onde di ampiezza fino a decine di cm.

L'intensità dei terremoti viene valutata usando due scale differenti: una descrive l'energia liberata nel sisma, l'altra i suoi effetti in un dato luogo. La scala fisica rappresenta la **grandezza** o *magnitudine* di un terremoto, cioè l'energia totale liberata nell'ipocentro, esprimendola in *gradi Richter* (dal nome del sismologo americano Charles Richter (1900-1985)). La scala Richter è logaritmica nel senso che a ogni aumento di un grado corrisponde un'energia 31,6 volte maggiore. A una magnitudine di 9,5 gradi Richter, raggiunta soltanto dal terremoto del Cile del 1965, il più violento della storia recente, corrisponde a un'energia di $1,1 \cdot 10^{19}$ J.

Gli effetti di un terremoto sono descritti da una scala empirica, chiamata *scala Mercalli* (dal nome del sismologo italiano Giuseppe Mercalli (1850-1914)), che si estende su 12 gradi. Sono del primo grado Mercalli i terremoti più deboli, assai frequenti ma avvertiti soltanto dagli strumenti; sono del 12° grado i più violenti, che provocano la distruzione di quasi tutti gli edifici. In questa scala, naturalmente, il grado di uno stesso terremoto risulta diverso in luoghi diversi, dato che gli effetti si riducono man mano che ci si allontana dall'epicentro.

Studiando le onde sismiche, in particolare gli effetti di riflessione e rifrazione, si sono ottenuti importanti risultati sulla natura dei diversi strati che vi sono all'interno della Terra. Per fare soltanto un esempio, si è potuto stabilire la presenza a grande profondità (circa 3000 km) di uno strato liquido, osservando che a terremoti in determinate regioni corrispondeva, sull'altra faccia della Terra, la ricezione di onde P (longitudinali) ma non di onde S (trasversali), quelle cioè che non possono propagarsi attraverso un liquido.

Onde sismiche artificiali, prodotte con cariche di esplosivo, sono usate per eseguire sondaggi del sottosuolo: esaminando le "risposte" a queste eccitazioni, determinate da effetti di riflessione e di rifrazione, si ottengono informazioni sulla natura delle rocce e si può individuare la presenza di giacimenti di minerali utili oppure di gas naturale e di petrolio.

In Italia il compito di studiare i terremoti è affidato all'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, sul cui sito Web potrete trovare interessanti informazioni: <http://www.ingv.it/>

Esempio 3. Calcoliamo la distanza dell'ipocentro di un terremoto dal punto di osservazione.

Vogliamo calcolare la distanza dell'ipocentro di un terremoto da una stazione di misura dove le onde sismiche secondarie arrivano 24,5 s dopo quelle primarie, sapendo che le velocità di propagazione, nella regione interessata, sono rispettivamente $v_p = 7$ km/s per le primarie e $v_s = 4,5$ km/s per le secondarie.

Il ritardo delle onde secondarie rispetto alle primarie è dovuto alla loro minore velocità. Chiamando d la distanza fra la sorgente delle onde e la stazione di misura, il ritardo fra i tempi di arrivo delle due onde è $\Delta t = d/(1/v_s - 1/v_p)$. Da cui si ricava $d = \Delta t/(1/v_s - 1/v_p) = 24,5/(1/4500 - 1/7000) = 3,09 \cdot 10^5$ m = 309 km.

Approfondimento 2. L'origine dei terremoti

L'origine dei terremoti, nel passato, era attribuita a esplosioni sotterranee dovute all'attività dei vulcani. Ma in realtà i terremoti si verificano anche in regioni non vulcaniche. L'interpretazione attuale è basata sui progressi, compiuti nel corso del Novecento, nella comprensione della struttura

e soprattutto della dinamica della crosta terrestre. Oggi sappiamo infatti che la maggior parte dei terremoti è provocata dal rilascio improvviso di energia prodotta da una improvvisa frattura di rocce, a profondità comprese generalmente fra qualche kilometro e qualche decina di kilometri. Queste rocce vengono gradualmente deformate dai lentissimi movimenti dei grandi blocchi che costituiscono la crosta terrestre, con velocità di pochi cm/anno l'uno rispetto all'altro, e così immagazzinano enormi quantità di energia potenziale elastica su tempi lunghissimi (decenni o secoli). Quando la deformazione delle rocce supera il limite di rottura, questa energia viene liberata generando onde sismiche anche di grande intensità.

I terremoti vulcanici, la cui origine è dovuta ai movimenti di masse di magma al di sotto dei vulcani, sono invece assai meno frequenti, ma sono importanti perché possono permettere di prevedere la prossima eruzione di un vulcano.

Approfondimento 3. I sismometri.

Il funzionamento dei **sismometri**, gli strumenti usati per misurare le vibrazioni del suolo in presenza delle onde sismiche, è basato sul principio d'inerzia. Questi strumenti misurano infatti il moto relativo fra una massa inerziale "libera" (in pratica sospesa opportunamente), che tende a rimanere in quiete quando il terreno si sposta e con esso il sostegno della massa, che è collegato rigidamente al suolo. Il sismometro più semplice è infatti un lampadario, che come è noto in presenza di un terremoto si sposta dalla verticale e poi oscilla per un po'.

Le soluzioni adottate nei sismometri sono varie, ma generalmente riconducibili a un oscillatore armonico (→ Unità 1, § 2), la cui massa è costituita dalla massa inerziale che rappresenta il cuore dello strumento. La molla, o qualsiasi altro dispositivo ad essa equivalente che provvede alla forza di richiamo, determina, assieme alla massa, la frequenza di risonanza dell'oscillatore ($f_0 = 2\pi\sqrt{k/m}$). Questa caratteristica è assai importante, perché soltanto alle frequenze più alte di quella di risonanza la massa è effettivamente "libera" (→ Unità 1, § 4) e quindi il suo moto relativo al riferimento fisso rispetto al suolo rappresenta realmente lo spostamento del suolo dovuto all'onda sismica. Nessun sismometro, in altre parole, è sensibile ai moti sismici di frequenza più bassa di f_0 .

Dato che lo spostamento è una grandezza vettoriale, nelle stazioni sismografiche si registrano i movimenti del suolo secondo tre direzioni perpendicolari fra loro, impiegando quindi tre sensori. Particolarmente importanti sono le misure dei moti verticali, le cosiddette scosse "sussultorie", che producono i danni maggiori, dovute principalmente alle onde lunghe che si propagano lungo la superficie terrestre.

Figura A. Alla nascita e allo sviluppo della sismologia, nel corso dell'Ottocento, hanno contribuito soprattutto gli scienziati italiani. Fra questi si ricorda soprattutto Luigi Palmieri (1807-1896), professore all'università di Napoli e direttore dell'Osservatorio Vesuviano, che nel 1856 costruì un sismografo elettromagnetico: il primo sismometro scrivente, cioè in grado di fornire registrazioni su carta dei moti sismici in funzione del tempo. La figura rappresenta uno dei primi sismometri, costituito da un pendolo con una punta verticale il cui spostamento produce tracce su un vetro affumicato, indicando la direzione del

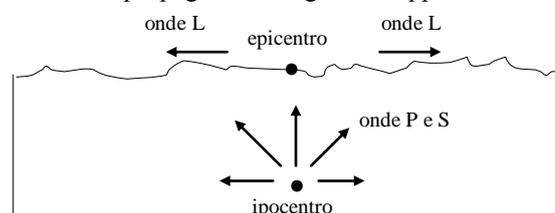
(da trovare, aggiustando la dida, o utilizzare l'immagine del sismografo di Palmieri)



Figura 4. Esaminando il sismogramma di un terremoto relativamente lontano si individuano facilmente le diverse onde sismiche, che arrivano a tempi successivi a causa delle loro diverse velocità di propagazione. Il grafico rappresenta ...

(da trovare, o adattare da Carli-Giacomini, Scienza & universo, tomo D, pag 24)

Figura 5. Le onde elastiche primarie (P) e secondarie (S) s'irradiano direttamente dalla sorgente del terremoto, cioè dall'*ipocentro*. Le onde superficiali (L) provengono invece dall'*epicentro*, dopo che è stato raggiunto dalle onde P e S.



3.5 Le onde sonore e i suoni

Le sorgenti sonore

Appoggiate una mano su una radio accesa o su uno strumento musicale che sta suonando: avvertirete chiaramente delle vibrazioni. Proverete la stessa sensazione anche appoggiando le dita sulla gola mentre parlate. E allora potrete concludere che le **sorgenti sonore**, cioè i corpi che emettono suoni, vibrano.

Noi possiamo udire come suoni l'effetto di queste vibrazioni perché la superficie della sorgente si accoppia con l'aria, generandovi onde sonore, cioè onde elastiche longitudinali, che arrivano al nostro orecchio. Qui appositi sensori le rivelano, trasmettendo al cervello le informazioni come segnali elettrici attraverso il sistema nervoso. Ed è poi nel cervello che queste informazioni vengono elaborate, producendo ciò che noi percepiamo appunto come suoni.

Non tutte le vibrazioni delle sorgenti, tuttavia, vengono percepite come suoni, ma soltanto quelle a cui l'orecchio umano è sensibile, cioè quelle la cui frequenza è approssimativamente compresa fra 20 Hz e 20 kHz. Questa gamma di frequenze, nonostante le variabilità individuali nella percezione dei suoni, è assunta comunemente come standard per i suoni, portando così a chiamare *ultrasuoni* quelli con frequenze maggiori di 20 kHz e *infrasuoni* quelli con frequenze inferiori a 20 Hz.

La sorgente sonora che usiamo normalmente è l'*apparato vocale* del nostro corpo: un vero e proprio "strumento a fiato" costituito dalle *corde vocali*, poste in vibrazione dal flusso d'aria proveniente dai polmoni, e da un insieme di cavità interne che funziona in modo simile a una cassa di risonanza (La Fisica attorno a noi 4.)

Una sorgente sonora assai comune è l'*altoparlante*. Parti essenziali di questo dispositivo sono una bobina, libera di spostarsi fra i poli di un magnete, e una membrana collegata rigidamente alla bobina. Quando la bobina è percorsa da una corrente elettrica variabile, fra essa e il magnete si esercita una forza di intensità corrispondente che la pone in vibrazione assieme alla membrana, che a sua volta fa vibrare l'aria producendo i suoni.

Altri esempi di sorgenti sonore sono gli **strumenti musicali**. Negli strumenti a corda, come le chitarre o i violini, i suoni sono prodotti dalle vibrazioni di una corda tesa; nei tamburi, dalle vibrazioni di una membrana tesa. Diverso è il caso degli strumenti a fiato, come i flauti, i sassofoni e gli organi, nei quali un soffio d'aria mette una vibrazione una colonna d'aria all'interno di una cavità, dalle cui dimensioni dipende la frequenza del suono che viene emesso.

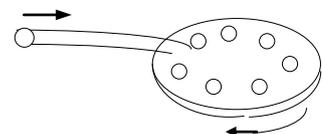
La Fisica attorno a noi 1. Il suono della sirena

Una sorgente sonora assai diffusa è la **sirena**, inventata dal fisico scozzese John Robison alla fine del '700. Il suo nome, dovuto al fatto che questa sorgente emette suoni anche immersa in acqua, deriva dal ricordo delle sirene, le leggendarie ninfe marine. La sirena è costituita da un tubo che invia un flusso d'aria a un disco rotante dotato di fori equispaziati, che viene dunque attraversato da una successione regolare di brevissimi fiotti d'aria, producendo così un'onda sonora. Se il disco ha m fori e ruota compiendo n giri al secondo, il suono che viene prodotto ha frequenza $f = nm$.

Le sirene trovano largo impiego come segnalatori d'allarme, sebbene oggi a questo scopo si impieghino anche vari tipi di apparecchi elettronici. Notiamo però che questo dispositivo consente di regolare esattamente la frequenza dei suoni, controllando la velocità di rotazione del disco. E infatti durante l'Ottocento molti scienziati, fra cui il fisico tedesco Hermann von Helmholtz, utilizzarono la sirena come "oscillatore di precisione" nei loro studi sulle onde e sull'acustica.

Figura A. L'aria compressa proveniente dal tubo attraversa i fori del disco rotante della *sirena*, producendo una sequenza periodica di brevissimi fiotti d'aria. La frequenza dell'onda sonora dipende dal numero di fori del disco e dalla sua velocità di rotazione.

(Immagine da trovare oppure aggiustare lo schizzo)



Le onde sonore

La figura 9 illustra il meccanismo con cui le vibrazioni di un altoparlante, o di qualsiasi altra sorgente sonora, si accoppiano all'aria generandovi le onde sonore. Quando la membrana dell'altoparlante si sposta verso destra, l'aria a destra di essa viene leggermente compressa; quando si sposta nella direzione opposta l'aria viene rarefatta e si espande. L'elasticità dell'aria trasmette poi le compressioni e le rarefazioni da uno strato di gas a quello adiacente, sicché nell'aria si propaga un'onda elastica di compressione, cioè un'onda sonora che noi percepiamo come un suono. Concludiamo pertanto che *le onde sonore consistono di una successione di compressioni e di rarefazioni dell'aria.*

Forse non è necessario, ma precisiamo ugualmente che le particelle di gas non viaggiano assieme all'onda sonora. Ciascuna di esse invece oscilla attorno a un punto fisso, quello dove si trovava in quiete prima del passaggio dell'onda, spostandosi alternativamente, avanti e indietro, nella direzione in cui l'onda si propaga. E quindi *le onde sonore sono onde longitudinali.*

Anche per le onde sonore sono definite le grandezze caratteristiche di cui ci siamo occupati nel §4 dell'Unità 2: l'*ampiezza*, che in questo caso può essere espressa sia dallo spostamento massimo delle particelle dal loro punto di riposo sia dalla massima variazione della pressione rispetto a quella in quiete; la *lunghezza d'onda*, cioè la distanza fra due strati successivi nei quali è massima la compressione (o la rarefazione) del gas; la *frequenza*, cioè il numero di oscillazioni che le particelle di gas compiono durante un secondo.

Figura 6. **Esperimento. Non tutte le vibrazioni producono suoni.** Appoggiate al bordo di un tavolo un righello flessibile di plastica o di metallo. Tenete ben premuta la parte del righello a contatto del piano del tavolo e fatene oscillare l'estremo libero. Variando la lunghezza della parte di righello libera di vibrare, percepirete come suono l'effetto delle vibrazioni solo quando questa lunghezza è sufficientemente piccola e quindi le corrispondenti vibrazioni sono sufficientemente veloci. Perché?

(Adattare da Mancini-Pellizzoli Moduli di scienze Tomo C, pag. 188, ripetuta due volte: a) con righello che sporge maggiormente, e in tal caso non si ha suono, b) che sporge di meno, e in tal caso si ha suono. In entrambe la mano sul righello lo preme fino al bordo del tavolo)

Figura 7. *Le corde vocali* sono in realtà due pieghe di tessuto del nostro tratto vocale, la cui apertura costituisce la *glottide*. Quando la glottide (vista in figura in sezione) è attraversata da un flusso d'aria proveniente dai polmoni, le corde vocali, la cui tensione è controllata dall'azione di appositi muscoli, vibrano a varie frequenze. Determinando così, assieme all'effetto delle cavità interne (laringe, faringe, cavità nasale), l'altezza e il timbro della nostra voce. (immagine da trovare oppure adattare la parte a destra di Frova, la fisica sotto il naso, pag. 183, modificando la scritta Pieghe vocali in Corde vocali ed eliminando la scritta in basso)

Figura 8. Strumenti musicali

(Immagini di strumenti musicali da trovare con dida appropriata)

Figura 9. La vibrazione sinusoidale della membrana dell'altoparlante produce un'onda sonora, costituita da successive compressioni e rarefazioni dell'aria. Il grafico in alto rappresenta la densità dell'aria, a un dato istante, nella direzione di propagazione. Le molecole dell'aria oscillano attorno alle loro posizioni di equilibrio. Il loro spostamento è nullo in corrispondenza ai massimi e ai minimi della pressione, massimo (positivo o negativo) laddove le variazioni della pressione si annullano.

(Adattare da Hecht, vol. 1, pag. 394: la parte ex centrale più estesa verticalmente, con a sinistra un altoparlante più grande di cui sia evidenziata la membrana, al centro una freccia diretta verso destra con la scritta *v*, e a destra la testa, l'orecchio di un ascoltatore; riportando sotto i due grafici con le scritte spostamento e variazioni della pressione)

3.6 I caratteri distintivi dei suoni

Noi distinguiamo i suoni in base a tre caratteri distintivi fondamentali: **intensità**, **altezza** e **timbro**. Questi caratteri non dipendono soltanto dalle proprietà fisiche, e perciò oggettive, delle onde sonore ma anche dalla nostra percezione dei suoni, nella quale intervengono le caratteristiche del nostro orecchio e dell'elaborazione svolta dal cervello, anche con aspetti soggettivi dipendenti dalle variabilità fra persona e persona.

I suoni, in generale, possono derivare dalla percezione di onde armoniche di una data frequenza, e in tal caso si parla di *suoni puri*; di onde periodiche costituite da una fondamentale (di

frequenza f_0) e dalle sue armoniche (di frequenza $f_n = n f_0$, con n intero positivo), e si parla allora di *suoni composti*; da onde smorzate di varie forme (*suoni impulsivi*); da onde neanche approssimativamente periodiche, alle quali spesso si attribuisce la denominazione di *rumore*.

L'intensità dei suoni e la scala dei decibel

L'**intensità**, o volume, di un suono è rappresentata in termini fisici, dall'intensità dell'onda sonora, cioè dal flusso della potenza (espresso in unità di W/m^2) che essa trasporta, che come sapete è proporzionale al quadrato dell'ampiezza e della frequenza dell'onda. La nostra percezione dei suoni, tuttavia, non è proporzionale alla loro intensità. Perché un suono ci appaia di intensità doppia di un altro, occorre infatti che la sua intensità (in W/m^2) sia 10 volte maggiore; e questa deve essere 100 volte maggiore perché un suono ci appaia 4 volte più forte di un altro. L'intensità che noi percepiamo, in altre parole, è proporzionale al logaritmo dell'intensità fisica. Questo è il motivo per cui nella pratica, per la misura dei suoni, si usa il cosiddetto *livello d'intensità* L_i , misurato in unità adimensionali chiamate *decibel (dB)* e definito come segue:

$$(8) \quad L_i = 10 \log (I/I_0)$$

Non è logaritmica soltanto la scala di sensibilità dell'orecchio per i suoni, ma anche quella dell'occhio per la luce.

dove $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ rappresenta l'intensità del minimo suono udibile. All'intensità I_0 corrisponde il livello d'intensità $L_i = 10 \log (I_0/I_0) = 0$ decibel, che rappresenta quindi lo zero della scala. A un livello di 10 dB corrisponde una intensità 10 volte maggiore ($I = 10 I_0$), a uno di 20 dB una intensità 100 volte maggiore ($I = 100 I_0$) e così via.

La scala dei decibel presenta due importanti caratteristiche. La prima è che si tratta di una *scala relativa*, dato che è stabilita in rapporto al minimo suono avvertibile I_0 . La seconda è che si tratta di una *scala logaritmica*, ben adattata alla sensibilità dell'orecchio, che consente quindi di rappresentare agevolmente l'amplessima gamma dei suoni che noi possiamo percepire. Questi si estendono infatti su oltre 12 ordini di grandezza (\rightarrow Tabella 2): dal minimo suono avvertibile, che rappresenta la *soglia di udibilità* (0 dB), fino a raggiungere la *soglia del dolore* (120 dB) e oltre.

Notiamo infine che il nostro orecchio ci permette di distinguere l'intensità di due suoni soltanto se questi differiscono, a seconda della persona, di almeno 1 o 2 decibel, cioè di un fattore almeno $10^{0,1} = 1,26$ in potenza. Questa modesta risoluzione, d'altra parte, è il prezzo della straordinaria sensibilità dell'orecchio, che ci permette di percepire anche suoni di intensità veramente minima, come il fruscio delle foglie di un albero in presenza di una debole brezza o il battito delle ali di un minuscolo insetto.

Esempio 4. Calcoliamo il livello di intensità di un suono con intensità di $1,5 \mu W/m^2$.

Applicando la formula (8) otteniamo: $L_i = 10 \log (I/I_0) = 10 \log (1,5 \cdot 10^{-6}/10^{-12}) = 61,8$ decibel.

Esempio 5. Valutiamo la potenza sonora di un insetto volante.

Vogliamo calcolare la potenza sonora P del ronzio prodotto dal battito delle ali di un insetto, che percepiamo con livello d'intensità $L_i = 15$ decibel alla distanza $d = 1$ m.

Dalla formula (8) ricaviamo l'intensità I corrispondente al livello $L_i = 15$ dB: $I = I_0 10^{L_i/10} = 10^{-12} \cdot 10^{1,5} = 10^{-10,5} = 3,16 \cdot 10^{-11} W/m^2$. Attribuendo questa intensità a una sorgente puntiforme di potenza P , l'insetto volante, che irraggia uniformemente in tutte le direzioni, possiamo usare la formula (1a) dell'Unità 2, dalla quale ricaviamo: $P = 4\pi d^2 I = 4 \times 3,14 \times 1 \times 3,16 \cdot 10^{-11} = 3,97 \cdot 10^{-10} W \sim 0,4$ nW, cioè una potenza di circa mezzo miliardesimo di watt.

Esempio 6. Calcoliamo l'intensità e il livello d'intensità del suono di un altoparlante.

Vogliamo calcolare l'intensità del suono, nell'unità assoluta di W/m^2 e nell'unità relativa di decibel, di un altoparlante dotato di una membrana circolare, approssimativamente piana, con raggio di 20 cm che emette un'onda sonora di potenza $P = 0,25$ W: a) in prossimità della membrana, b) a 3 metri dall'altoparlante, che supponiamo disposto su una parete di un ambiente dove si trascurano le riflessioni.

Nei pressi della membrana l'intensità I del suono è data dal rapporto fra la potenza emessa dall'altoparlante e l'area della superficie della membrana, $S = 3,14 \times 0,2^2 = 0,1256 \text{ m}^2$: $I = P/S = 0,25/0,1256 = 1,99 \text{ W/m}^2$. Il corrispondente livello d'intensità si ricava dalla formula (8) : $L_i = 10 \log (I/I_0) = 10 \log (1,99/10^{-12}) = 123$ decibel, cioè oltre la soglia del dolore.

A una distanza di 3 m dall'altoparlante, ben maggiore delle dimensioni dell'apparecchio, è ragionevole approssimare l'altoparlante, fissato a una parete, come una sorgente puntiforme che emette in un semispazio. Si ha pertanto l'intensità: $I' = P/(2\pi d^2) = 0,25/(2 \times 3,14 \times 3^2) = 4,42 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$, e il corrispondente livello d'intensità: $L_i' = 10 \log (I'/I_0) = 10 \log (4,42 \cdot 10^{-3}/10^{-12}) = 96,5$ decibel, cioè un suono assai intenso.

(notate che nel denominatore della formula usata per calcolare I' abbiamo posto 2π anziché 4π , come previsto invece nella formula (1a) dell'Unità 2: sapete spiegare perché?)

Tabella 2. Intensità approssimate di alcuni suoni

Sorgente	livello in decibel	intensità in W/m^2	Effetti
motore di aereo jet	140	100	rottura dei timpani
	120	1	soglia del dolore
concerto rock	110	0,1	pericolo di sordità temporanea
macchine in un cantiere edile	100	0,01	
televisione ad alto volume	80	10^{-4}	
normale conversazione a 1 m	50	$\sim 3 \cdot 10^{-7}$	
fruscio di foglie nel bosco	20	10^{-10}	
fusa del gatto	15	$\sim 3 \cdot 10^{-11}$	sensazione di quiete
respiro	10	10^{-11}	
	0	10^{-12}	soglia di udibilità

L'altezza e il timbro dei suoni

L'**altezza**, o *tono*, è la caratteristica dei suoni che ci permette di distinguerli in una scala che va dai più gravi ai più acuti, in base alla loro frequenza. Percepriamo come *gravi* i suoni di bassa frequenza, come *acuti* quelli di alta frequenza. Per questo diciamo che la voce maschile, le cui frequenze fondamentali si estendono normalmente fra 150 e 450 Hz, è più grave di quella femminile (250-800 Hz). Assai più estesa è la gamma delle frequenze dei suoni degli strumenti musicali: il primo tasto di un pianoforte produce una nota a 55 Hz, l'ultimo una a 4187 Hz.

Anche *la nostra percezione dell'altezza dei suoni è logaritmica*. Perché noi distinguiamo due suoni di frequenza diversa, f_1 ed f_2 , non in base alla differenza fra le due frequenze ma al rapporto fra esse, che deve soddisfare la relazione approssimata $\log (f_1/f_2) > |0,001|$. Cioè possiamo distinguere due frequenze attorno a 100 Hz se la loro differenza $|f_1 - f_2|$ è di $\sim 0,2$ Hz, attorno a 1000 soltanto se è di ~ 2 Hz, ... La nostra percezione dell'altezza dei suoni ci porta inoltre a identificare nella stessa nota due suoni di frequenza rispettivamente f e $2f$. Ciò ha condotto a suddividere i suoni musicali, e più in generale le oscillazioni e le onde di qualsiasi natura, in intervalli di frequenza chiamati *ottave*: ciascuna delle quali comprende i suoni la cui frequenza è compresa fra un valore f e uno $2f$. La Tabella 3 rappresenta le frequenze delle sette note della scala musicale appartenenti alla terza ottava musicale. Le frequenze delle note delle ottave inferiori si ottengono dividendo per 2 o per 4 i valori delle note corrispondenti riportate nella tabella; le frequenze delle note delle ottave superiori, ... avrete certamente capito voi stessi come si calcolano.

Tabella 3. Le frequenze delle note della terza ottava musicale

Nota musicale	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do (ottava successiva)
Frequenza (Hz) nella scala naturale	264	297	330	352	396	440	495	528
rapporto fra le frequenze	f_0	$9f_0/8$	$5f_0/4$	$4f_0/3$	$3f_0/2$	$5f_0/3$	$15f_0/8$	$2f_0$
Frequenza (Hz) nella scala temperata (\rightarrow Fisica quotidiana 1)	261,6	293,7	329,6	349,2	392	440	493,9	523,3

La Fisica attorno a noi 2. La scala ben temperata

La scala delle note musicali in Tabella 3 rappresenta la cosiddetta *scala naturale*, stabilita nel Rinascimento dal sacerdote musicista veneziano (1517-1590) Gioseffo Zarlino. La scala completa, per ogni ottava, oltre alle classiche sette note (tasti bianchi del pianoforte) comprende altre “note intermedie” (tasti neri), cioè do diesis, mi bemolle, ..., per un totale di 12 toni chiamati “semitoni”. Zarlino costruì la scala naturale perfezionando la scala usata in precedenza, che aveva le sue origini negli studi della scuola pitagorica. Egli in particolare stabilì, mediante opportune frazioni, i rapporti fra le frequenze delle note, come risulta nella terza riga della tabella 3.

Ma in seguito i musicisti si accorsero che la scala naturale creava vari problemi, fra cui difficoltà nell'accordatura degli strumenti, dovute al fatto che i rapporti fra le frequenze di ciascun semitono e di quello successivo, anziché uguali erano apprezzabilmente diversi. Per ovviare all'inconveniente bisognava modificare la scala, in particolare scegliendo le frequenze dei semitoni in modo che fra ciascun semitono e il successivo queste fossero in rapporto costante R . Essendo 12 i semitoni e dovendo essi coprire un'ottava, occorre che fosse $R^{12} = 2$, cioè $R = \sqrt[12]{2} = 1,05946...$

Questa soluzione, adottata dal musicista tedesco Andreas Werckmeister (1645-1706) nella *scala temperata* da lui proposta nel 1691, incontrò il favore dei musicisti. Fu apprezzata in particolare da Johann Sebastian Bach, che la divulgò utilizzandola nelle sue opere, preludi e fughe, raccolte nei due famosi volumi del “*Clavicembalo ben temperato*”. Da allora la scala temperata ha trovato largo impiego, sebbene non abbia mai completamente soppiantato la scala naturale. Le frequenze delle note di questa scala, scelte in modo che il La abbia la stessa frequenza (440 Hz) del La della scala naturale, sono rappresentate nell'ultima riga della tabella 3.

Il suono di una tromba ci appare assai diverso da quello di un pianoforte o di un violino. Più in generale, quando udiamo una stessa nota emessa da due diversi strumenti musicali, cioè suoni periodici esattamente della stessa frequenza, noi percepiamo chiaramente la differenza e possiamo anche stabilire da quale strumento essa provenga. Allo stesso modo, sappiamo riconoscere fra mille altre la voce di una persona che conosciamo bene.

Ciò dipende dal diverso **timbro** che caratterizza i suoni, che a sua volta dipende dalla forma dell'onda periodica che rappresenta il suono. La figura 12 rappresenta la forma d'onda di tre strumenti musicali che emettono la stessa nota: la frequenza è la medesima, ma la forma d'onda è assai diversa ed è appunto questo ciò che ci permette di distinguerli. E infatti diciamo che ogni tipo di strumento ha un suo timbro, o “colore”, caratteristico.

Nell'Unità 1 abbiamo visto che un'onda periodica non sinusoidale di frequenza f_0 può essere rappresentata come sovrapposizione di un opportuno numero di onde sinusoidali ciascuna di frequenza nf_0 , con n intero positivo, chiamate armoniche dell'onda sinusoidale fondamentale di frequenza f_0 . Il timbro di un suono è dunque caratterizzato dall'ampiezza, dalla frequenza, e dalla fase, delle armoniche che esso contiene, che ne determinano appunto la forma.

La Fisica attorno a noi 3. Come funziona l'orecchio.

L'orecchio provvede a trasformare le onde sonore che lo investono in segnali elettrici che esso invia al cervello. Quello che veramente stupisce è la straordinaria sensibilità di questo “strumento biologico”, che riesce a percepire vibrazioni dell'aria aventi un'ampiezza di 10^{-11} m, inferiori cioè alle dimensioni di un atomo, ma tuttavia sopporta a breve, senza danno immediato vibrazioni 10^6 volte maggiori. Una bilancia con prestazioni analoghe avrebbe la sensibilità di un grammo e al tempo stesso la portata di una tonnellata; non dimentichiamo però che l'orecchio è uno strumento logaritmico.

Esaminiamo ora le funzioni svolte dalle diverse parti dell'orecchio, la cui struttura è rappresentata nella figura A. L'onda sonora viene raccolta dal *padiglione*, che la incanala nel *condotto uditivo*, attraverso il quale essa raggiunge la membrana del *timpano*, che separa la parte esterna dell'orecchio da quelle interne, ponendola in vibrazione. Una serie di ossicini, equivalenti complessivamente a una leva vantaggiosa, amplificano le vibrazioni trasmettendole a una seconda

membrana, chiamata *finestra ovale*. Questa è collegata alla **coclea**, che è la parte essenziale dell'orecchio, cioè il trasduttore che trasforma il segnale meccanico in un segnale elettrico. La coclea è costituita da un tubicino riempito di liquido, che è avvolto a spirale ed è suddiviso in due parti da un'altra membrana, la *membrana basilare*, sulla quale sono distribuite alcune migliaia di *cellule sensoriali*, a loro volta collegate alle fibre nervose del *nervo acustico*.

Lo spessore della membrana basilare non è costante, ma variabile secondo la sua lunghezza, sicché i diversi tratti di essa si comportano come oscillatori armonici con frequenze di risonanza diverse. Così, quando le vibrazioni della finestra ovale raggiungono il liquido cocleare, le parti della membrana che vibrano maggiormente sono quelle le cui risonanze corrispondono alle frequenze dei suoni. Vengono così eccitate le corrispondenti cellule sensoriali, dalle quali i segnali elettrici raggiungono il cervello. Questo giudica la frequenza dei suoni identificando le parti della membrana da cui gli è arrivato il messaggio e stabilisce l'intensità dei suoni in base alla frequenza degli impulsi trasmessi dalle cellule nervose.

Figura A. Nella struttura dell'orecchio si distinguono tre parti principali: l'orecchio esterno, costituito dal padiglione e dal condotto uditivo; l'orecchio medio, formato da tre ossicini (chiamati martello, incudine e staffa); l'orecchio interno, che comprende la coclea, a cui è affidata la trasduzione del segnale, e i tre cosiddetti "canali circolari" a cui è affidato il senso dell'equilibrio. Il confine fra queste tre parti è segnato dal timpano e dalla finestra ovale.

(Adattare da Fisica per tutti, pag. 289, aggiungendo la scritta canali circolari all'oggetto fra la finestra ovale e la coclea, o trovare altra immagine più efficace, Hecht pag. 402, Walker, O45)

Figura B. Le deformazioni della membrana basilare, che si trova all'interno della coclea ed è ricoperta dalle cellule sensibili (*cellule cigliate*) collegate alle terminazioni nervose, dipendono dalla frequenza dei suoni. I suoni gravi provocano deformazioni dove lo spessore (e quindi la massa locale) della membrana è maggiore, quelli acuti dove è minore, come mostra la figura, che rappresenta la membrana basilare "srotolata" secondo la sua lunghezza. Dimensioni decisamente minori ha la membrana basilare dei pipistrelli, che infatti sono sensibili a suoni fra circa 10^3 e 10^5 Hz.

(Adattare da Frova, La Fisica sotto il naso, pag. 217, solo le tre rappresentazioni della membrana a destra.)

Figura 10. Chiamiamo *rumore* qualsiasi suono che disturbi la nostra quiete o renda difficile l'ascolto di altri suoni a cui siamo interessati. In termini più tecnici, per rumore s'intende un suono non periodico, cioè un'onda irregolare costituita dalla sovrapposizione di un gran numero, idealmente infinito, di frequenze diverse, come quella rappresentata nel grafico. Che noi percepiamo come un fruscio, come il sottofondo che accompagna l'ascolto alla radio di un segnale molto debole. Questo particolare tipo di rumore può trovare impieghi interessanti: per esempio esso facilita il sonno.

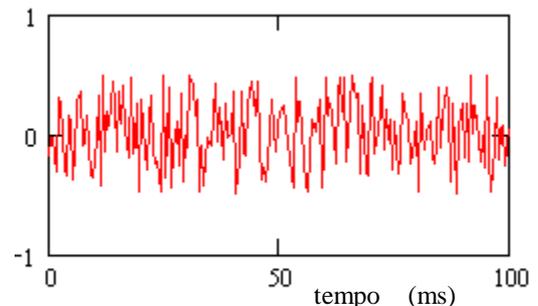


Figura 11. Il grafico rappresenta la tipica estensione in frequenza delle voci cantanti (in rosso quelle femminili, in nero quelle maschili). Persone con doti speciali o con voci particolarmente esercitate possono coprire gamme più estese. La voce dei monaci tibetani, per esempio, si estende in basso fino a 50 Hz, quella della cantante peruviana Yma Sumac si estendeva fra 123 e 1760 Hz.

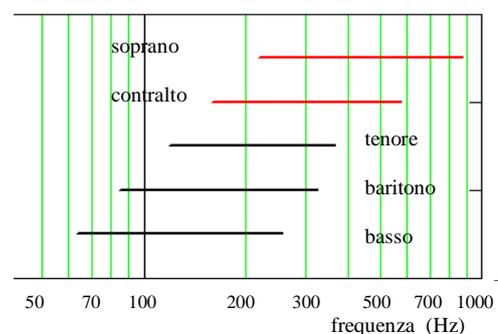


Figura 12. I grafici rappresentano la stessa nota (La a 440 Hz) emessa da quattro strumenti diversi: a) flauto, b) tromba, c) sassofono, d) violino. La diversità delle forme d'onda spiega perché percepiamo questi suoni con un diverso timbro caratteristico, che ci permette di riconoscere lo strumento da cui provengono.

(adattare da Hecht, vol 1, pag. 404, o altra da trovare aggiustando la dida)

3.7 I battimenti

La tecnica usata più comunemente per "accordare" uno strumenti musicale, cioè per ottenere che esso emetta una nota con una data frequenza, sfrutta il fenomeno dei **battimenti**, cioè l'interferenza fra due onde di frequenza poco diversa fra loro. Per esempio, una prodotta da un diapason accordato alla nota desiderata, l'altra prodotta dalla corda della chitarra che si vuole accordare.

Esaminiamo questo fenomeno considerando la sovrapposizione in un punto (per esempio il nostro orecchio) di due onde sinusoidali di frequenza diversa, per semplicità della stessa ampiezza:

$$s(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)$$

Le due onde sono rappresentate nel grafico in alto della figura 13: a certi istanti, quando sono in fase, esse danno luogo a interferenza costruttiva; ad altri, quando sono in opposizione di fase, a interferenza distruttiva. Utilizzando nella formula precedente l'identità trigonometrica $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos((\alpha + \beta)/2)\cos((\alpha - \beta)/2)$, otteniamo:

$$(7) \quad s(t) = 2\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t\right]\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]$$

cioè il prodotto di un'onda "veloce" di frequenza pari al valor medio delle due frequenze per una "lenta" di frequenza pari alla semidifferenza fra esse. E infatti l'onda $s(t)$, somma delle due sinusoidi, si manifesta come una senoide modulata in ampiezza nel grafico in basso della figura 13.

Ma noi che suono udiamo? Se le due frequenze sono prossime, anziché due suoni distinti a queste frequenze, noi udiamo un unico suono alla frequenza media $(f_1 + f_2)/2$, la cui intensità però aumenta e diminuisce periodicamente. Il periodo di questa lenta oscillazione, chiamato *periodo di battimento*, si calcola ricavando dal fattore lento della (7), cioè $\cos\left(2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right)$, l'intervallo di tempo fra due istanti consecutivi in cui esso si annulla. Si ottiene così

$$(8) \quad T_b = 1/|(f_1 - f_2)|$$

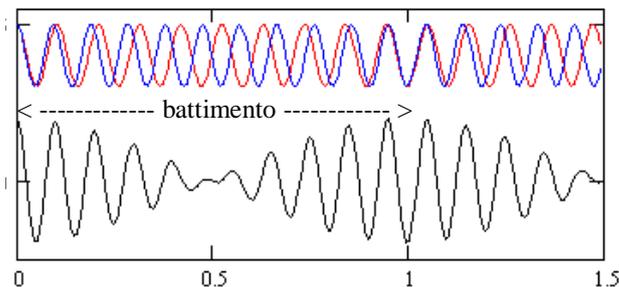
dove abbiamo preso il modulo dell'argomento del coseno ricordando che $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$. A questo periodo corrisponde la *frequenza di battimento*: $f_b = |f_1 - f_2|$.

Per accordare la chitarra, si dovrà dunque tenderne la corda fino a che il periodo di battimento T_b diventa tanto lungo (e la corrispondente frequenza f_b tanto bassa) da poter considerare trascurabile la differenza fra la frequenza della chitarra e quella del diapason.

Esempio 7. Misuriamo la frequenza di una nota con il metodo dei battimenti.

Vogliamo misurare la frequenza f_1 della nota emessa da uno strumento musicale con il metodo dei battimenti, utilizzando un oscillatore elettronico che alimenta un altoparlante. La frequenza f_2 dell'oscillatore, rappresentata numericamente sul visualizzatore dell'apparecchio, può essere regolata manualmente. Aumentando gradualmente la frequenza f_2 , si trova che il periodo di battimento aumenta, finché, quando il visualizzatore dell'oscillatore indica $f_2 = 440$ Hz, si ottiene un suono la cui intensità varia fra il massimo e il minimo, con un periodo di battimento, fra due massimi o due minimi consecutivi, di 4 secondi. Qual è, allora, la frequenza f_1 della nota emessa dallo strumento musicale? A un periodo di battimento $T_b = 4$ s corrisponde una differenza di frequenza $\Delta f = 1/T_b = 1/4 = 0,25$ Hz. Notate che qui sorge ambiguità nell'attribuire tale differenza a $f_1 - f_2$ oppure a $f_2 - f_1$. Ma non è così nel nostro caso, perché, aumentando la frequenza f_2 dell'oscillatore il periodo di battimento aumentava a sua volta, indicando che in tali condizioni si aveva $f_2 < f_1$. Concludiamo pertanto che $f_1 = f_2 + \Delta f = 440 + 0,25 = 440,25$ Hz.

Figura 13. Il grafico in alto rappresenta due onde sinusoidali, di frequenza $f_1 = 10,5$ Hz (curva blu) ed $f_2 = 9,5$ Hz (curva rossa). Il grafico in basso rappresenta la somma delle due



onde, che si manifesta come una sinusoide di frequenza $(f_1 + f_2)/2 = 10$ Hz, la cui ampiezza varia periodicamente con periodo di battimento $T_b = 1/|f_1 - f_2| = 1$ s.

3.8 Onde stazionarie e risonanze

E' ben noto che soffiando sull'apertura di un corpo cavo, come una bottiglia vuota o il cappuccio di una penna a sfera, si genera un suono. E se modifichiamo le dimensioni della cavità, per esempio versando dell'acqua nella bottiglia, la frequenza del suono cambia. Un fenomeno analogo si osserva pizzicando un elastico ben teso, il quale vibra producendo un suono la cui frequenza dipende dalla sua lunghezza.

In generale, le onde di compressione che si stabiliscono eccitando l'aria contenuta nei corpi cavi o le onde trasversali prodotte eccitando una corda vincolata ai suoi estremi sono chiamate **onde stazionarie**. Tale denominazione deriva dal fatto che queste onde non si spostano perchè ogni punto oscilla con una ampiezza costante. Ciò sembra contraddire il concetto stesso di onda, ma vedremo subito che la contraddizione è soltanto apparente.

Il caso della corda vincolata agli estremi è particolarmente interessante, perché ci permette di osservare visivamente l'andamento delle vibrazioni nello spazio. Quando la eccitiamo nel mezzo, la corda assume la forma di fuso mostrata nella figura 14, indicando che le sue vibrazioni hanno ampiezza massima al centro e si annullano agli estremi, in corrispondenza dei vincoli. La forma del fuso, cioè l'involuppo delle oscillazioni, è chiaramente sinusoidale e la sua lunghezza corrisponde a mezza lunghezza d'onda.

Come si interpreta il fenomeno? Quando eccitiamo la corda in un punto, creiamo in essa due onde impulsive, cioè contenenti una molteplicità di frequenze, che si allontanano dal punto di eccitazione in versi opposti. Quando raggiungono gli estremi, le onde impulsive vengono riflesse all'indietro dando quindi luogo a interferenza. Ma questa interferenza è costruttiva, e dunque si manifesta visibilmente, soltanto per determinate frequenze: quelle per cui lungo la corda viaggiano in sensi opposti due onde (una progressiva e l'altra regressiva) della stessa frequenza le cui oscillazioni *sono esattamente in fase in ogni punto*. Ciò si verifica in particolare (come nella figura 14) quando le due onde hanno lunghezza d'onda pari al doppio della lunghezza L della corda, cioè: $\lambda_1 = 2L$; a cui corrisponde la frequenza

$$(9) \quad f_1 = v/\lambda_1 = v/2L$$

che prende il nome di *frequenza fondamentale* della corda.

Questa però non è l'unica onda stazionaria possibile. Il fenomeno dell'interferenza costruttiva, nella stessa corda, si può verificare anche per onde di altre frequenze, più esattamente per tutte le onde le cui frequenze sono multiple intere della frequenza fondamentale, cioè:

$$(10) \quad f_n = n f_1 = nv/2L$$

con lunghezze d'onda corrispondenti:

$$(11) \quad \lambda_n = \lambda_1/n = 2L/n$$

con n intero positivo.

La figura 15 mostra in particolare la forma delle onde stazionarie corrispondenti alla seconda e alla terza armonica, dove abbiamo indicato con N i punti della corda dove la vibrazione è sempre nulla, chiamati **nodi**, con V i punti dove la vibrazione è sempre massima, chiamati **ventri**. Le condizioni di vincolo della corda impongono evidentemente due nodi ai due estremi. Fra questi nodi l'onda fondamentale ha un solo ventre, le armoniche di ordine n hanno n ventri intervallati da altri $n-1$ nodi, con distanza $\lambda/2$ fra due nodi (o due ventri) successivi.

Quando la corda subisce un'eccitazione impulsiva, in essa si producono varie onde stazionarie, idealmente tutte, se è eccitata al centro dove tutte presentano un ventre. Diciamo perciò

In presenza di un'onda stazionaria non si ha trasferimento di energia. Perché l'onda diretta in un senso trasporta tanta energia quanta l'onda diretta in senso opposto.

che queste onde stazionarie corrispondono ai **modi naturali** (o *modi normali*) di oscillazione della corda. In pratica prevale spesso il modo fondamentale, anche perché le dissipazioni crescono all'aumentare della frequenza e quindi i modi di ordine superiore decadono più rapidamente. Si può eccitare l'uno o l'altro dei modi naturali, applicando a un estremo della corda una sorgente alla frequenza del modo prescelto. Potete ottenere ciò fissando a un sostegno un estremo di una corda lunga qualche metro e spostando poi su e giù l'altro estremo: aumentando lentamente la frequenza di questi spostamenti, l'andamento delle vibrazioni lungo la corda assumerà successivamente le forme corrispondenti ai modi in figura 15.

Fenomeni analoghi si verificano anche, come accennato prima, per le onde di compressione nell'aria all'interno di cavità. Esaminiamo il caso di un tubo cilindrico chiuso a un estremo e aperto all'altro. Qui lo spostamento dell'aria è necessariamente nullo in corrispondenza dell'estremo chiuso, dove quindi vi sarà un nodo, massimo a quello aperto, dove vi sarà un ventre. Nel modo fondamentale di vibrazione non vi sono altri nodi o ventri sicché l'andamento è quello mostrato nella parte a) della figura 16: la lunghezza dell'onda stazionaria è quattro volte la lunghezza L del cilindro, cioè: $\lambda_1 = 4L$. E quindi la frequenza fondamentale del cilindro è:

$$(12) \quad f_1 = v/\lambda_1 = v/4L$$

dove v è la velocità dell'onda di compressione, cioè la velocità del suono.

Anche negli altri modi di vibrazione dovremo avere un nodo all'estremo chiuso e un ventre a quello aperto, come mostrato delle parti b) e c) della figura. Notate che in questa struttura possono aversi soltanto le armoniche dispari del modo fondamentale: le armoniche pari non sono infatti compatibili con i vincoli agli estremi del cilindro. E se entrambi le basi del cilindro sono chiuse oppure aperte? Stabilite voi stessi la forma dei modi naturali di oscillazione dell'aria al suo interno, tenendo presente che a una base chiusa deve corrispondere un nodo, a una aperta un ventre.

Esempio 8. Calcoliamo la frequenza del suono di un fischiotto.

Vogliamo calcolare la frequenza del suono emesso del cappuccio di una penna a sfera ($L = 5 \text{ cm}$) usato come un fischiotto.

Considerando il modo fondamentale di vibrazione del fischiotto e assumendo $v = 340 \text{ m/s}$ per la velocità del suono, applichiamo la formula (12) ottenendo: $f_1 = v/4L = 340/(4 \times 0,05) = 1700 \text{ Hz}$.

Esempio 9. La lunghezza della canna di un organo.

Vogliamo calcolare quanto deve essere lunga la canna di un organo (avente una base aperta e una chiusa) perchè emetta il Do della scala temperata tre ottave sotto a quello in Tabella 3.

Il Do in tabella 3 ha la frequenza di 261,6 Hz e quindi la frequenza del Do corrispondente a tre ottave sotto è $2^3 = 8$ volte inferiore, cioè $f = 261,6/8 = 32,7 \text{ Hz}$. La canna più corta che emette un suono di questa frequenza vibra nel suo modo fondamentale. Dalla formula (12) ricaviamo la lunghezza L della canna: $L = v/4f = 340/4 \times 32,7 = 2,6 \text{ m}$.

Figura A. (fotografia di un organo antico con dida appropriata)

Alle frequenze dei modi naturali di oscillazione si verifica il fenomeno della risonanza. Una eccitazione sinusoidale del sistema, a queste frequenze, produce onde di grande ampiezza, come osservato prima a proposito dei modi naturali di una corda. Tale fenomeno è analogo a quello che si riscontra in un oscillatore armonico (\rightarrow Unità 1, §4), ma presenta un'importante differenza: mentre un oscillatore armonico possiede soltanto una frequenza di risonanza, i sistemi che stiamo qui considerando ne possiedono una molteplicità, idealmente infinita, ciascuna corrispondente a uno dei loro modi naturali di oscillazione.

Alle risonanze di una cavità si deve il funzionamento degli strumenti a fiato. Il flusso d'aria che eccita questi strumenti – organi, trombe, sassofoni o qualsiasi altro, inclusi i fischiotti –

producendo i suoni, non è certamente periodico e ancor meno sinusoidale. Esso però presenta inevitabilmente delle irregolarità casuali, con proprietà analoghe a quelle del rumore, che si riconducono alla sovrapposizione di un grandissimo numero di frequenze diverse, fra cui quelle corrispondenti ai modi naturali di oscillazione. Questi, così, vengono eccitati, contribuendo assieme a determinare il particolare timbro dello strumento.

Alla risonanza del condotto uditivo dell'orecchio, che è lungo circa 2,8 cm, si deve il picco di sensibilità dell'udito attorno a 3 kHz, come mostra il *diagramma di udibilità* rappresentato nella figura 16 bis.

La Fisica attorno a noi 4. Le casse armoniche.

Fissiamo a due sostegni gli estremi di una corda di chitarra e facciamola vibrare: udremo un suono relativamente debole e inoltre privo di "colore". Le vibrazioni della stessa corda, quando è montata sullo strumento, producono un suono assai più intenso e gradevole. A cosa si deve la differenza? Alla presenza della **cassa armonica**, che svolge due funzioni assai importanti. La prima riguarda l'accoppiamento con l'aria, cioè il trasferimento di energia fra le vibrazioni della corda e quelle dell'aria, che è estremamente più efficace quando è affidato alla superficie della cassa, assai più estesa di quella della corda. La seconda riguarda le risonanze naturali della cassa, che dipendono dalla sua forma e dai materiali con cui è realizzata. Queste risonanze vengono eccitate dalle vibrazioni della corda nei suoi modi naturali, fondamentale e armoniche, e contribuiscono in modo essenziale al timbro del suono prodotto dallo strumento.

Gli altoparlanti usati per la riproduzione dei suoni sono di solito racchiusi in *casse acustiche*, con forme e dimensioni opportune, soprattutto allo scopo di migliorarne la risposta alle frequenze più basse. Le più comuni non sono delle casse armoniche ma dei semplici schermi (rigidi e fonoassorbenti), che impediscono all'aria mossa dalla parte posteriore della membrana di "aggirare" l'altoparlante, contrastando quindi il moto di quella mossa (in senso opposto) dalla parte anteriore.

Figura A. La qualità del suono degli strumenti a corde dipende soprattutto dalle caratteristiche della cassa armonica. Per esempio, il pregio straordinario, e anche il valore (fino a milioni di Euro), dei violini costruiti dai liutai cremonesi –

Amati, Guarneri e Stradivari – fra il 600 e il 700 deriva dalla eccezionale cura con cui vennero realizzati. Nella fotografia... (immagine di famoso violino da trovare)

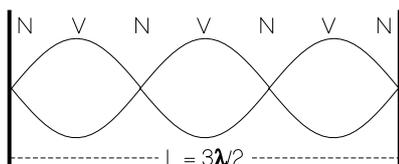
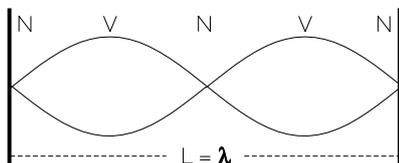
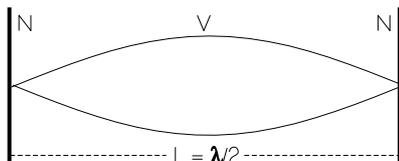


Figura 14. Quando pizzichiamo al centro un elastico fissato agli estremi, l'andamento delle vibrazioni assume la forma di un fuso. Le curve in figura rappresentano la forma dell'elastico a istanti di tempo successivi. Il fuso che osserviamo è l'involuppo di queste curve.

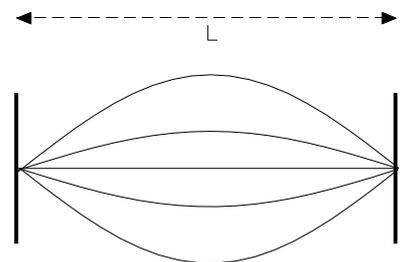


Figura 15. I primi tre modi naturali di oscillazione di una corda fissata agli estremi: in alto il modo fondamentale, in basso la seconda e la terza armonica. Notate che la distanza fra un nodo e un ventre successivi è pari a $\frac{1}{4}$ di lunghezza d'onda.

Figura 16. Onde stazionarie in un cilindro con una base chiusa e una aperta: modo fondamentale e prime armoniche (terza e quinta). In questa struttura

l'aria può oscillare soltanto nelle armoniche dispari. (adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 31)

Figura 16 bis. Il **diagramma di udibilità** in figura rappresenta la sensibilità dell'*orecchio medio*. Ciascuna curva rappresenta i punti corrispondenti a una uguale sensazione sonora nella scala fisiologica dei *phon*, che corrispondono ai decibel alla frequenza di 1000 Hz. Dato che queste curve non sono rette orizzontali, si conclude che *la sensibilità dell'orecchio dipende fortemente dalla frequenza dei suoni*. Ciò è dovuto al fatto che la trasmissione dei suoni

attraverso l'orecchio non è indipendente dalla loro frequenza, anche a causa delle risonanze delle sue cavità interne, per esempio del canale uditivo.

(Adattare da Manuale dell'ingegnere, Hoepli, vol. 1, pag. B-231, modificata come segue: traslando la curva inferiore verso il basso in modo che passi per il livello 0 a 1000 Hz, cambiando la scritta della scala verticale a sinistra in "livello di intensità", aggiungendo alla scala a destra la scritta "intensità (W/m²)" e apponendo dall'alto verso il basso i seguenti valori numerici: 10², 1, 10⁻², ... 10⁻¹², 10⁻¹⁴, aggiungendo alla scala in basso la scritta "frequenza (Hz)")

3.9 Propagazione e assorbimento delle onde sonore

Le onde sonore subiscono i vari fenomeni ondulatori descritti nell'Unità 2, incluso l'effetto Doppler. Alla riflessione, in particolare si deve il fenomeno dell'eco, che si verifica quando udiamo un suono due volte, la seconda perché proveniente da un ostacolo riflettente. Ma questo ostacolo, un muro o una parete di roccia, non può essere troppo vicino a noi, altrimenti i due suoni si confondono e si ha un effetto di rimbombo.

Perché si oda l'eco, la distanza minima è fissata dalla capacità di discriminazione temporale del nostro sistema uditivo, che distingue due suoni se sono separati da un intervallo di tempo Δt di circa almeno 80 ms. Durante questo tempo il suono, alla velocità di 340 m/s, percorre lo spazio (fra andata e ritorno) $s = v \Delta t = 340 \times 0,08 = 27,2$ m. E quindi la parete riflettente deve trovarsi ad almeno ≈ 14 metri da noi. Ma perché sia davvero riflettente deve avere anche altre caratteristiche, come discusso nell'Esempio che segue.

Possano verificarsi anche echi multipli, per esempio fra le due pareti rocciose di una gola montana

Esempio 10. Calcoliamo uno specchio per i suoni

Vogliamo stabilire le caratteristiche che deve avere una parete piana perché costituisca un buono "specchio" per i suoni, calcolando in particolare le dimensioni di uno specchio acustico di forma circolare. Perché la riflessione prevalga sulla diffrazione, occorre evidentemente che le dimensioni della parete siano di almeno qualche lunghezza d'onda, diciamo 3λ . Per avere un'ottima riflessione, come in uno specchio ottico, dovremmo imporre che le irregolarità della superficie (cioè le sue deviazioni dal piano di riferimento) siano inferiori a un quarto di lunghezza d'onda; ma questo non è necessario per i suoni sicché sarà sufficiente che le irregolarità siano inferiori a λ . Vogliamo però queste condizioni siano rispettate per tutti i suoni, cioè per frequenze fra 20 e 20000 Hz, assumendo per la velocità del suono il valore $v = 340$ m/s.

Formalizziamo innanzitutto le due condizioni date sopra. Chiamando r il raggio della parete e i l'irregolarità della sua superficie, scriviamo le due disequazioni: $r > 3 \lambda$, $i < \lambda$. Queste devono essere soddisfatte per qualsiasi valore di lunghezza d'onda dei suoni, con frequenze fra 20 e 20000 Hz. Ricordando la relazione $\lambda = v/f$, calcoliamo la lunghezza d'onda più grande, che corrisponde ai suoni di frequenza più bassa: $\lambda_{\max} = 340/20 = 17$ m, e quella più piccola, che corrisponde ai suoni di frequenza più alta: $\lambda_{\min} = 340/20000 = 0,017$ m. Otteniamo così: $r > 3 \lambda_{\max} = 3 \times 17 = 51$ m e $i < \lambda_{\min} = 0,017$ m.

Questi risultati ci lasciano perplessi. Perché sappiamo bene che per avere l'eco basta un muro assai meno esteso di quanto abbiamo calcolato come pure una parete rocciosa con irregolarità ben maggiori di 1,7 cm. Provate a risolvere il dubbio ragionando sulle caratteristiche della nostra voce. Notate anche che nella discussione precedente abbiamo dimenticato una caratteristica del materiale della parete, che è piuttosto importante ai fini della riflessione. Sapreste individuarla, leggendo il seguito del paragrafo?



La Fisica della tecnologia 1. Le camere anecoiche

Si chiamano **camere anecoiche** (cioè prive di echi) gli ambienti realizzati con pareti fatte di materiali in grado (idealmente) di assorbire i suoni di tutte le frequenze, evitando quindi qualsiasi riflessione. In

queste camere è possibile svolgere misure accurate delle caratteristiche di microfoni, altoparlanti e altri dispositivi acustici; per esempio la distribuzione spaziale dei suoni emessi da un altoparlante.

Camere ben isolate dai rumori provenienti dall'esterno sono usate negli studi radiofonici, come pure per misurare suoni particolarmente deboli. Per esempio, studiare i suoni prodotti dall'attività di larve d'insetti in un frutto, come sta facendo l'agronomo nella fotografia.

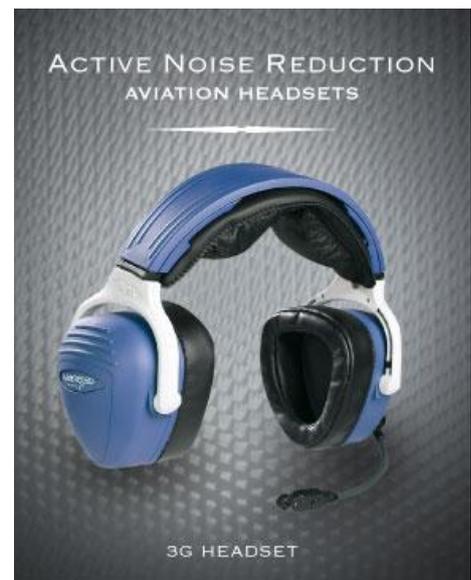
Figura A. Vista della camera anecoica dell'Istituto Nazionale Galileo Ferraris di Torino

Figura B. (fotografia come in Mondo della Fisica, vol. B, pag. 549)

La Fisica attorno a noi 5. Gli antisuoni.

La tecnica degli *antisuoni*, basata sull'interferenza delle onde sonore, permette di ridurre apprezzabilmente l'intensità dei suoni a cui una persona è soggetta in determinati ambienti, per esempio in prossimità di macchinari molto rumorosi, allo scopo di proteggerne la salute. Il principio di funzionamento è il seguente: accanto alla sorgente di rumore si pone un microfono che comanda un altoparlante in modo che questo emetta onde sonore (antisuoni) in opposizione di fase rispetto a quelle della sorgente. L'interferenza (negativa) fra le onde emesse dalla sorgente e quelle dell'altoparlante provoca una forte riduzione del livello del rumore nell'ambiente, fino a 20 o 30 dB, soprattutto per quanto riguarda le frequenze più basse. La cancellazione totale è impossibile, non foss'altro perché la sorgente del rumore e l'altoparlante "cancellatore" non possono trovarsi nella stessa posizione.

Figura 17. Cuffie impieganti la riduzione attiva del rumore, come quelle in figura, sono usate da parecchi anni in aviazione, per proteggere dal rumore gli equipaggi. Più recente è l'impiego di questo tipo di cuffie per garantire un buon ascolto della musica in ambienti rumorosi.



L'assorbimento delle onde sonore

Come qualsiasi onda elastica, le onde sonore si propagano soltanto attraverso i mezzi materiali, non importa se solidi, liquidi o gassosi. In ciascuno di essi con una data velocità, come discusso nel §3, che nella maggior parte dei casi (fanno eccezione i mezzi detti "dispersivi") non dipende apprezzabilmente dalla frequenza dei suoni.

Man mano che si propagano, le onde sonore si attenuano perché le oscillazioni che subiscono le particelle del mezzo vengono smorzate dagli attriti (attriti interni nei solidi, viscosità nei liquidi e nei gas), sicché una frazione dell'energia che esse trasportano viene continuamente dissipata in calore. E quindi possiamo dire che *le onde vengono assorbite dal mezzo in cui si propagano*. Ma l'entità di questo assorbimento dipende fortemente dalla natura del mezzo.

Nell'aria gli effetti di assorbimento sono molto modesti, sebbene rapidamente crescenti con la frequenza: per questo le sirene delle navi emettono suoni alle più basse frequenze udibili (27 Hz, nel caso del transatlantico Queen Mary che poteva essere udito fino a 15 km di distanza).

L'assorbimento è invece assai rilevante nei materiali chiamati **isolanti acustici**, come il sughero, la lana di vetro o il feltro, che trovano impiego nell'edilizia per attenuare i rumori provenienti dall'esterno degli edifici. Pannelli fonoassorbenti fatti di questi materiali, disposti sulle pareti o sui soffitti degli ambienti, sono usati per ridurre il fastidioso rimbombo prodotto dalle riflessioni dei suoni generati al loro interno, che altrimenti rende sgradevole (o addirittura pericolosa per l'udito) la permanenza nei locali molto affollati.

Cosa accadrebbe se suoni di frequenze diverse si propagassero con velocità diverse? Allontanandoci da un concerto, oltre a una riduzione del livello d'intensità, cambierebbe la forma, e quindi il timbro, dei suoni.

La Fisica attorno a noi 6. L'inquinamento acustico.

La sensibilità dell'orecchio, soprattutto alle frequenze più elevate, si riduce gradualmente al crescere dell'età: dopo i trenta anni, questa perdita è di circa 1 dB/anno a 10 kHz, ancora maggiore a frequenze più alte. Perdite di sensibilità assai rilevanti subisce poi l'orecchio quando viene sottoposto a lungo a suoni molto intensi e infatti vi sono leggi assai rigorose, mirate a proteggere le persone dall'**inquinamento acustico** durante lo svolgimento di attività di lavoro.

Il rumore eccessivo e prolungato non si limita a provocare una graduale sordità, ma è anche causa diretta o indiretta di vari disturbi dell'organismo, di natura sia psicologica (difficoltà di concentrazione, aggressività, ...) che fisiologica (gastriti, effetti sul cuore e sulla circolazione, alterazione della capacità respiratoria, ...). Si è trovato, per esempio, che la durata e la qualità del sonno sono influenzate assai negativamente dal livello del rumore quando questo aumenta da 40 a 70 dB. L'attenzione che si pone di solito a questo problema è però assai scarsa, nonostante il fatto che siano assai numerose e frequenti le occasioni in cui siamo soggetti a inquinamento acustico, dovuto sia al traffico o ad altre cause fuori del nostro controllo sia all'ascolto di musica a volume eccessivo.

3.10 Gli infrasuoni e gli ultrasuoni

Alle onde di compressione di frequenza inferiore a 20 Hz, chiamate **infrasuoni**, il nostro orecchio non è sensibile, a differenza di quello di varie specie di animali. Gli elefanti e le balene, in particolare, utilizzano infrasuoni per comunicare fra loro, sfruttandone fra l'altro il basso assorbimento, nell'aria come nell'acqua, che ne permette la propagazione a grandi distanze.

Sono infrasuoni le componenti a bassa frequenza del rumore prodotto da tuoni, da aerei o altri grandi veicoli, da concerti rock fortemente amplificati, Quando sono particolarmente intensi, questi rumori provocano in noi sensazioni di fastidio, disorientamento o addirittura malessere, anche perchè eccitano i modi naturali di risonanza del nostro corpo, in particolare quelli del torace (circa 10 Hz).

Si chiamano **ultrasuoni**, anch'esse non udibili, le onde di frequenza maggiore di 20 kHz, a cui sono invece sensibili, e che sono in grado di emettere, varie specie animali: cani, pipistrelli, delfini e insetti. I pipistrelli, in particolare, utilizzano ultrasuoni a frequenze fra 50 e 100 kHz per evitare gli ostacoli e per individuare le prede al buio, sfruttandone gli echi.

Le piccole lunghezze d'onda degli ultrasuoni permettono l'uso di metodi di focalizzazione simili a quelli usati in ottica, consentendo in particolare la realizzazione di fasci molto direzionali, ciò che rende assai versatile l'impiego di queste onde.

Il rumore infrasonico prodotto dal sistema di raffreddamento dei sottomarini nucleari sovietici permise ai sistemi di sorveglianza americani, al tempo della "guerra fredda" fra Usa e Urss, di localizzarli a distanze anche di migliaia di chilometri.

La Fisica della tecnologia 2. I molteplici impieghi degli ultrasuoni.

Le applicazioni pratiche degli ultrasuoni sono numerose e assai varie, fra cui particolarmente importanti quelle nel campo della medicina. In alcune di esse si utilizza l'energia di un fascio di ultrasuoni, in altre le riflessioni prodotte da fenomeni di eco, come nel caso del sonar di cui ci siamo già occupati (→ Unità 2, La Fisica della tecnologia 1). Fra queste applicazioni ricordiamo le seguenti.

- *Lavatrici a ultrasuoni*, utilizzate nell'industria. Sono vasche piene di liquido (generalmente acqua) in cui si immergono gli oggetti da lavare. Il liquido viene posto in vibrazione da generatori di ultrasuoni di potenza sufficiente a produrre il fenomeno della *cavitazione*, cioè la formazione di microscopiche bollicine di vuoto nella fase di rarefazione, a cui segue la loro implosione nella fase di compressione. L'azione meccanica delle bollicine provoca il distacco delle particelle di sporco dagli oggetti così trattati.

- *Sterilizzazione di sostanze alimentari*. Si utilizzano ultrasuoni con energia tale da uccidere determinati microrganismi.

- *Studio dei materiali*. Si utilizza il fenomeno dell'eco per individuare la presenza di difetti all'interno di materiali, per misurare spessori, ...
- *Macchine fotografiche autofocus*. Provvedono con l'eco a misurare la distanza dal soggetto, che utilizzano per mettere a fuoco la camera automaticamente. Lo stesso principio è utilizzato nei misuratori di distanze a ultrasuoni.
- *Lavorazioni meccaniche*. Nella saldatura a ultrasuoni le onde vengono concentrate nei punti di contatto fra due parti di plastica, dove il forte calore prodotto dagli attriti ne provoca la fusione e quindi la saldatura. La foratura a ultrasuoni utilizza una sospensione acquosa di polveri abrasive che un utensile opportunamente sagomato pone in vibrazione ultrasonica in prossimità del pezzo da forare, la cui superficie viene così erosa in modo controllato nella forma desiderata. Con queste macchine si possono lavorare materiali duri come acciaio temprato, vetro, quarzo e diamante.
- *Ecografia*. La riflessione di ultrasuoni permette di ottenere immagini di organi interni del corpo senza sottoporre il paziente alle radiazioni utilizzate nelle radiografie a raggi X. L'*ecografia Doppler* permette di studiare, in modo non invasivo, il flusso del sangue attraverso i vasi sanguigni (→ Unità 2, fig. 29).
- *Chirurgia a ultrasuoni*. Un fascio di ultrasuoni, applicato dall'esterno, viene concentrato all'interno del corpo laddove si trovano dei "calcoli", che vengono così frantumati, facilitandone quindi l'espulsione attraverso le vie naturali.

Figura. Ecografia di gemelli.

Approfondimento 3. Il fenomeno della piezoelettricità e gli ultrasuoni.

Lo sviluppo delle tecnologie impieganti gli ultrasuoni sarebbe stato impossibile senza la disponibilità di *generatori di ultrasuoni* con opportune prestazioni. Ma produrre vibrazioni alle frequenze degli ultrasuoni è un compito praticamente irrealizzabile usando tecniche puramente meccaniche (vibrazioni di corde, di lamine o di cavità riempite d'aria).

Una tappa essenziale verso la generazione di ultrasuoni fu la scoperta, nel 1880, del fenomeno della **piezoelettricità** da parte dei fratelli francesi Jacques e Pierre Curie (quest'ultimo più noto, assieme alla moglie Marie, per gli studi sulla radioattività, che valsero ai coniugi il premio Nobel per la Fisica nel 1903). Tale fenomeno riguarda una particolare proprietà di certi cristalli, fra cui il *quarzo*: quando essi vengono sottoposti a una pressione o a una trazione, ai loro estremi si generano delle cariche elettriche e quindi si osserva una tensione elettrica; reciprocamente, essi si deformano meccanicamente quando ai loro estremi viene applicata una tensione elettrica. Il fenomeno della piezoelettricità rappresenta dunque un ponte bidirezionale fra la meccanica e l'elettricità, di grande interesse concettuale oltre che pratico in numerosi impieghi: sensori di vibrazioni, accendini elettrici e orologi al quarzo.

Ma il suo impiego più importante è quello detto all'inizio, la cui introduzione si deve al fisico francese Paul Langevin (1872-1946). Questi nel 1917 utilizzò la piezoelettricità di lamine di quarzo per generare gli ultrasuoni necessari al funzionamento del primo sonar della storia, usato per localizzare i sottomarini avversari durante la Prima guerra mondiale. Perché le lamine di quarzo utilizzate da Langevin vibrassero a sufficienza occorreva però applicare ad esse tensioni alternate di migliaia di volt, e inoltre l'efficienza del generatore, cioè il rapporto fra l'energia degli ultrasuoni e quella dell'eccitazione elettrica era molto bassa, attorno al 10%. Entrambi i problemi furono risolti da Langevin, dopo un lunga attività di sperimentazione, sfruttando il fenomeno della risonanza. Più precisamente, Langevin inserì le lamine di quarzo fra due lamine d'acciaio, realizzando così una struttura con dimensioni tali da risuonare alla frequenza dell'eccitazione elettrica. Grazie alla risonanza, la tensione di eccitazione necessaria a produrre ultrasuoni dell'ampiezza richiesta risultò assai inferiore e le dissipazioni di energia vennero ridotte al punto che il rendimento energetico superò il 70%. La soluzione di Langevin è adottata oggi nei generatori di ultrasuoni.

Figura 18. Un colpetto secco a un cristallo piezoelettrico, e ai suoi capi si generano le migliaia di volt necessarie a produrre la scintilla che accende il gas: così funzionano i comuni accendini da cucina.

- 13) Vero o falso? V F
 La scala Mercalli rappresenta l'energia sviluppata in un terremoto O O
 Le onde sismiche sono soggette ai fenomeni di riflessione e rifrazione O O
 Tutte le onde sismiche sono onde elastiche O O
 Le onde sismiche trasversali non si propagano negli strati liquidi all'interno della Terra O O
- 14) L'orecchio umano, in media, è sensibile a suoni nell'intervallo di frequenza
 O 100 Hz – 100 kHz O 20 Hz – 20 kHz O 1000 Hz – 1 MHz
- 15) Perché un suono ci appaia di intensità doppia di un altro, la sua intensità (in W/m^2) deve essere
 O quattro O dieci O cento
 volte maggiore
- 16) Il rapporto fra l'intensità (in W/m^2) del suono più intenso (alla soglia del dolore) e di quello più debole che possiamo udire è di
 O 4 O 6 O 12
 ordini di grandezza
- 17) Uno strumento tarato in decibel, che si trova vicino a un altoparlante, indica 66 dB. Aumentando il volume, la lettura dello strumento diventa 76 dB. Ciò significa che il suono è diventato
O dieci O quattro O due
 volte più intenso.
- 18) Un trombone produce un suono con livello d'intensità di 70 dB. Per ottenere 90 dB occorre che suonino contemporaneamente
 O otto O venti O cento
 tromboni
- 19) Il timbro di un suono dipende da
O dalla sua forma O dalla sua frequenza O dalla sua intensità
- 20) Si chiama ottava un intervallo di frequenza tale che il rapporto fra la frequenza più alta e quella più bassa sia
O 2 O 8 O 10
- 21) La lunghezza d'onda del suono della nota La della terza ottava che si propaga nell'acqua è circa
 O 2,2 m O 3,4 m O 4,6 m
- 22) Un'onda sonora è costituita da una sinusoide a 500 Hz, un'altra, della stessa ampiezza, dalla somma di due sinusoidi, a 500 Hz e 1500 Hz. Noi distinguiamo le due onde in base
O al timbro O all'altezza O all'intensità
- 23) Un'onda sonora è costituita dalla sovrapposizione di tre sinusoidi con frequenza f_0 , $2 f_0$ e $3 f_0$. Diciamo pertanto che si tratta di un
 O rumore O suono puro O suono composto

- 24) Vero o falso? V F
 L'orecchio umano non è sensibile a variazioni d'intensità dei suoni inferiori a 1 dB Q O
 L'intensità di un suono è direttamente proporzionale all'ampiezza dell'onda sonora O Q
 Dimezzando la distanza da una sorgente sonora il livello d'intensità aumenta di 6 dB O Q
 Un'onda sonora è costituita dall'alternarsi di compressioni e rarefazioni dell'aria Q O

25) Si chiama battimento l'interferenza fra due onde che presentano
 O ampiezze O velocità di propagazione Q frequenze
 leggermente diverse

26) Il battimento fra due onde si manifesta come un'unica onda modulata in
Q ampiezza O frequenza O fase

27) Due diapason, con frequenze di 438 Hz e 442 Hz rispettivamente, vengono eccitati
 simultaneamente. Il suono che viene percepito ha la frequenza di
 O 438 Hz O 442 Hz Q 440 Hz
 e la sua ampiezza varia periodicamente alla frequenza di
 O 2 Hz Q 4 Hz O 8 Hz

28) L'involuppo delle vibrazioni di un'onda stazionaria in una
 corda fissata agli estremi presenta 5 nodi e 4 ventri.
 Concludiamo che si tratta della
Q quarta O quinta
 armonica del modo naturale fondamentale della corda.



O sesta

29) La risonanza fondamentale di un tubo lungo 1 m con un estremo chiuso e uno aperto si
 verifica alla frequenza di circa
 O 8500 Hz O 850 Hz Q 85 Hz

30) Una lastra quadrata di marmo con lato di 10 cm si comporta come un buono specchio per
 suoni con frequenza di
 O 100 Hz O 1000 Hz Q 10000 Hz

31) Il grafico in figura rappresenta
Q un'onda stazionaria O i battimenti fra due onde O il suono di un violino
 (figura come la parte in basso della figura 13, estesa a comprendere due battimenti completi)

32) Un'onda si propaga nell'aria con lunghezza d'onda di 5 cm. Si tratta di
 O un infrasuono Q un suono O un ultrasuono

33) Completate la frase seguente.
 Le onde stazionarie sono il risultato dell'interferenza fra un'onda progressiva e una regressiva
 che hanno la stessa fase in ogni punto. Ciò si verifica in una struttura agli estremi della quale le
 onde subiscono riflessione.

34) Quando un insetto con dimensioni di 2,5 mm viene investito da un fascio di ultrasuoni a 50
 kHz emesso da un pipistrello, il fenomeno dominante è quello della
 O diffrazione Q riflessione O rifrazione

35) Fra due elastici uguali affiancati, tesi con la stessa forza, si verifica il fenomeno della
 O riflessione O interferenza Q risonanza

Problemi e quesiti

1. Nel cavo di sostegno di una antenna, lungo 12 m, si propagano onde trasversali con velocità di 20 m/s quando viene teso con una forza di intensità 150 N. Calcolate la massa del cavo.

Risoluzione. Dalla formula (1) si ricava: $M = \frac{LF_T}{v^2} = \frac{12 \times 150}{20^2} = 4,5 \text{ kg}$.

2. Calcolate la tensione di una corda di violino con densità lineare di massa $M/L = 0,6 \text{ g/m}$ dove si propagano onde trasversali alla velocità di 130 m/s.

Risoluzione. Dalla formula (1) si ricava: $F_T = \frac{M}{L} v^2 = 0,6 \cdot 10^{-3} \times 130^2 = 10,1 \text{ N}$.

3. Si realizza un “telegrafo meccanico”, con cui trasmettere onde trasversali impulsive, disponendo orizzontalmente un sottile filo metallico, lungo 15 m e con massa di 50 grammi, fra le finestre di due abitazioni ai lati di una strada. Un estremo del filo viene fissato, l’altro viene teso passandolo su una puleggia e appendendogli un oggetto pesante. Calcolate la massa di questo oggetto perché le onde trasversali si propagano nel filo con la stessa velocità del suono nell’aria ($v = 340 \text{ m/s}$).

Risoluzione. Dalla formula (1) si ricava l’intensità della forza necessaria a tendere il filo:

$$F_T = \frac{M}{L} v^2 = \frac{0,05}{15} 340^2 = 385 \text{ N}. \text{ Questa si ottiene con un corpo di massa } m = F_T/g = 385/9,8 = 39,3 \text{ kg}.$$

4. Lungo una ferrovia, un modo efficace per udire se vi è un treno in arrivo consiste nell’avvicinare l’orecchio a un binario. Stabilite se si tratta di un metodo più “veloce” rispetto all’ascolto del suono che si propaga nell’aria (con velocità di 340 m/s), sapendo che l’acciaio del binario ha densità $\delta = 7,8 \text{ g/cm}^3$ e modulo di Young $Y = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.

Risoluzione. Per rispondere al quesito occorre calcolare la velocità delle onde longitudinali nei binari. Applicando la formula (2) si trova che questa velocità è: $v = \sqrt{\frac{Y}{\delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}}{7,8 \cdot 10^3}} = 5064 \text{ m/s}$ cioè maggiore di quella del suono nell’aria.

5. Eseguendo esperimenti sulla velocità del suono, si trova che questa grandezza dipende apprezzabilmente dalla temperatura dell’aria, a differenza di quanto appare dalla formula (5). Stabilite se il risultato sperimentale è frutto di errori o può essere interpretato elaborando opportunamente la formula anzidetta.

Risoluzione. Nella formula (5) compare la pressione p , una variabile di stato del gas, e la densità, che è il rapporto fra la massa M del gas e il suo volume V , che è un’altra variabile di stato. Ammettendo che l’aria si comporti approssimativamente come un gas perfetto, vale l’equazione di stato (\rightarrow Tomo II, pag. xxx) $pV = nRT$. Sostituendo $p = nRT/V$ e $\delta = M/V$ nella (5), si ha:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\delta}} = \sqrt{\gamma \frac{nRT}{M}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M_m}}, \text{ dove nell’ultimo passaggio abbiamo introdotto la}$$

massa molare M_m del gas, per rappresentare il rapporto fra la massa M del gas e il numero n delle sue molecole. Concludiamo pertanto che la velocità del suono in un gas perfetto è direttamente proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta.

6. Su un manuale si trova scritto che la velocità del suono nell’aria, a temperatura ambiente, aumenta di circa 0,6 m/s per grado. Utilizzate i risultati del Problema 5 per verificare questa asserzione.

Risoluzione. Utilizziamo la formula $v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M_m}}$ per calcolare il rapporto fra la velocità del suono v'' a $T'' = 294 \text{ K}$ e

quella v' a $T' = 293 \text{ K}$: $\frac{v''}{v'} = \sqrt{\frac{T''}{T'}} = \sqrt{\frac{294}{293}} = 1,0017$. Assumendo a temperatura ambiente il valore di 340 m/s, a una

temperatura maggiore di 1 grado si ha: $340 \times 1,0017 = 340,58$ m/s. E quindi la variazione di velocità per grado è $340,58 - 340 = 0,58$ m/s, in accordo con quanto trovato sul manuale.

7. Il rumore di una esplosione distante in mare viene udito a istanti diversi da un bagnante e da un sub immerso nei pressi. Valutate la distanza d a cui si è verificata l'esplosione se la differenza fra i due istanti è 3,4 s.

Risoluzione. La differenza Δt fra i tempi di arrivo del suono dell'esplosione dipende dalle diverse velocità di propagazione delle onde di compressione, che sono $v_1 = 340$ m/s nell'aria, $v_2 = 1510$ m/s nell'acqua marina. Si ha pertanto: $\Delta t = d(1/v_1 - 1/v_2)$, da cui $d = \Delta t / (1/v_1 - 1/v_2) = 3,4 / (1/340 - 1/1510) = 1492$ m.

8. In condizioni normali di temperatura e pressione (0°C e 1 atm) la velocità del suono nell'aria secca è 331 m/s, nell'azoto 337 m/s, nell'ossigeno 316 m/s. Volendo calcolare la velocità del suono in un miscuglio di gas come media pesata delle velocità nei gas costituenti, i dati precedenti suggeriscono di utilizzare come pesi i volumi o le masse dei gas costituenti? Ammettete, per semplicità, che l'aria sia costituita soltanto da azoto (81% in volume) e da ossigeno (19%). (Suggerimento: ricavate le masse molecolari dei gas dalla tavola periodica degli elementi.)

Risoluzione. La velocità del suono media, calcolata usando come pesi le frazioni dei gas in volume, è: $v = 0,81 \times 337 + 0,19 \times 316 = 333,0$ m/s. Consultando la tavola periodica degli elementi ricaviamo le masse molecolari dei gas: per l'azoto (N_2) si ha $m_{\text{N}_2} = 2 \times 14 = 28$ u, per l'ossigeno (O_2) $m_{\text{O}_2} = 2 \times 16 = 32$ u. Ricordando che uguali volumi di gas contengono un ugual numero di molecole, concludiamo che in un dato volume d'aria la frazione di massa dell'azoto è proporzionale a $0,81 \times 28 = 22,7$, quella di ossigeno a $0,19 \times 32 = 6,1$, a cui corrispondono le seguenti frazioni di massa: per l'azoto $22,68 / (22,7 + 6,1) = 0,7875$, per l'ossigeno $6,1 / (22,7 + 6,1) = 0,2118$. La velocità del suono media, calcolata usando come pesi le frazioni dei gas in massa, è: $v = 0,7875 \times 337 + 0,2118 \times 316 = 332,3$ m/s. Si conclude pertanto che i due metodi di calcolo non forniscono, almeno in questo caso, risultati apprezzabilmente diversi, non consentendo pertanto di dare una risposta al quesito.

9. Un vecchio artigiere sostiene che, contrariamente a quanto affermano i testi di fisica, i suoni più intensi si propagano più velocemente, ricordando infatti che a volte lo sparo di un cannone si ode prima dell'ordine di sparo. Stabilite se l'opinione dell'artigiere potrebbe avere qualche fondamento (suggerimento: leggete il Collegamento con la storia 1.).

Risoluzione. Quando dalla legge di Boyle si ricava il parametro di elasticità del gas (\rightarrow formula (A) del Collegamento con la storia 1.), si trascura il prodotto $\Delta p \Delta V$ perché piccolo rispetto agli altri. Ma se il suono è molto intenso e la sua energia è concentrata in un intervallo di tempo molto breve, come nel caso dello sparo di un cannone, può darsi che l'approssimazione anzidetta non sia corretta. Ricaviamo allora senza approssimazioni dalla formula (A) il parametro di elasticità. Semplificando abbiamo: $0 = p \Delta V + V \Delta p + \Delta p \Delta V$, da cui: $(p + \Delta p) \Delta V = -V \Delta p$. E quindi il parametro di elasticità è: $-\Delta p / (\Delta V / V) = p + \Delta p$. Cioè pari alla pressione del gas più la variazione di pressione Δp dovuta al suono. Nel caso di suoni molto intensi, in particolare per uno sparo, questa variazione non è trascurabile rispetto a p . Sicché, sostituendo $p + \Delta p$ al posto di p nella formula (5) del testo, si trova che la velocità di un suono molto intenso può essere maggiore di quanto previsto dall'analisi approssimata, e quindi la tesi dell'artigiere è fondata.

10. Calcolate la velocità del suono nell'aria alla quota di 1 km, dove la pressione è $p_1 = 860$ mmHg e la densità è $\delta_1 = 1,11$ kg/m³ e alla quota di 20 km, dove $p_{20} = 41,5$ mmHg e la densità è $\delta_{20} = 0,089$ kg/m³, sapendo che la pressione di 1 millimetro di mercurio corrisponde a 133,3 Pa.

Risoluzione. I valori della pressione in unità SI alle due quote sono rispettivamente $p_1 = 860 \times 133,3 = 1,15 \cdot 10^5$ Pa, $p_{20} = 41,5 \times 133,3 = 5,53 \cdot 10^3$ Pa. Applicando la formula (5) otteniamo: $v_1 = \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\delta_1}} = \sqrt{1,4 \frac{1,15 \cdot 10^5}{1,11}} = 380,8$ m/s,

$$v_{20} = \sqrt{\gamma \frac{p_{20}}{\delta_{20}}} = \sqrt{1,4 \frac{5,53 \cdot 10^3}{0,089}} = 294,9$$
 m/s.

11. Un aereo supersonico che vola a 1 km di quota raggiunge la velocità Mach 2. Un altro, che vola a 20 km di quota, arriva a velocità Mach 2,4. Stabilite quale aereo è effettivamente più veloce tenendo conto dei risultati del Problema 10.

Risoluzione. Ricordiamo (\rightarrow Unità 2, pag. xxx) che il numero di Mach rappresenta la velocità dei veicoli supersonici come rapporto fra la loro velocità e la velocità del suono. Per il primo aereo si ha dunque $v = 2 \times 380,8 = 761,6$ m/s; per il secondo, $v' = 2,4 \times 294,9 = 707,8$ m/s. E quindi il più veloce è il primo.

12. L'energia E liberata in un terremoto, espressa in erg ($1 \text{ erg} = 10^{-7}$ joule), è legata alla magnitudine M del sisma dalla legge di Gutenberg-Richter: $\log(E) = 11,5 + 1,5 M$. Per un terremoto "medio" di magnitudine 5, calcolate il flusso di energia (J/m^2) che raggiunge l'epicentro, se questo si trova sulla verticale dell'ipocentro a 10 km da esso.

Risoluzione. L'energia liberata dal terremoto è $E = 10^{11,5+1,5 \times 5} = 10^{19}$ erg = 10^{12} J. Supponendo che questa energia si propaghi dall'ipocentro uniformemente in tutte le direzioni, il flusso di energia a distanza $d = 10$ km dall'ipocentro sarà: $E/(4\pi d^2) = 10^{12}/(4 \times 3,14 \times 10^8) = 796 \text{ J/m}^2$

13. A 20 km dall'epicentro di un terremoto il flusso di energia dell'onda lunga di superficie vale $2 \cdot 10^4$ J/m. Calcolate l'energia emessa dall'epicentro come onde superficiali.

Risoluzione. Il flusso di energia F delle onde di superficie a distanza d da una sorgente che libera l'energia E è: $F = E/2\pi d$, in unità di J/m. Si ha pertanto: $E = 2\pi d F = 2 \times 3,14 \times 2 \cdot 10^4 \times 2 \cdot 10^4 = 2,5 \cdot 10^9$ J.

14. Calcolate la distanza fra due strati successivi in cui l'aria è compressa oppure rarefatta quando si propaga un'onda sonora di 100 Hz e una di 10kHz.

Risoluzione. La distanza richiesta corrisponde a una lunghezza d'onda. Ricordando che $\lambda = v/f$, si ha: $\lambda_{100} = 340/100 = 3,4$ m, $\lambda_{10000} = 340/10000 = 0,034$ m.

15. Una sorgente emette suoni con potenza di 5 W. Calcolate la distanza dalla sorgente a cui uno strumento indica 60 dB e quella dove i suoni sono poco più che percettibili (10 dB). Assumete puntiforme la sorgente, supponete che da essa si propagano onde sferiche e trascurate gli effetti di assorbimento.

Risoluzione. Nelle ipotesi date l'intensità del suono a distanza d da una sorgente di potenza P è $I = P/(4\pi d^2)$. Dalla formula (8) ricaviamo le intensità corrispondenti a 60 dB e 10 dB: $I_{60} = I_0 10^{60/10} = 10^{-12} \times 10^6 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$, $I_{10} = I_0$

$10^{10/10} = 10^{-12} \times 10 = 10^{-11} \text{ W/m}^2$. Le corrispondenti distanze sono pertanto: $d_{60} = \sqrt{\frac{5}{4 \times 3,14 \times 10^{-6}}} = 631 \text{ m}$,

$d_{10} = \sqrt{\frac{5}{4 \times 3,14 \times 10^{-11}}} = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m} = 200 \text{ km}$. Quest'ultimo risultato è assai poco realistico, dato che abbiamo

ignorato gli effetti di assorbimento, che non sono trascurabili sulle distanze più grandi.

16. Nel capannone di una industria sono in funzione 80 macchine uguali, il cui effetto complessivo è di produrre un livello di rumore di 95 dB. Quante di queste occorre disattivare per ridurre il rumore al livello, un po' meno pericoloso, di 90 dB?

Risoluzione. Dalla formula (8) ricaviamo l'intensità del rumore corrispondente al livello di 95 dB:

$I_{95} = I_0 10^{95/10} = 10^{-12} \times 3,16 \cdot 10^9 = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$. E quindi il rumore prodotto da una macchina ha intensità:

$I = 3,16 \cdot 10^{-3}/80 = 3,95 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$. L'intensità ammissibile è: $I_{90} = I_0 10^{90/10} = 10^{-12} \times 10^9 = 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Il numero di macchine che complessivamente generano questo rumore è: $n = I_{90}/I = 10^{-3}/3,95 \cdot 10^{-5} = 25,3$, che approssimiamo a 25. E quindi bisogna disattivare $80 - 25 = 55$ macchine.

17. Mentre è in funzione un aspirapolvere che produce un rumore di 90 dB, accendiamo una radio che emette suoni al livello di 70 dB. Qual è il livello totale in decibel?

Risoluzione. Dalla formula (8) ricaviamo l'intensità del suono della radio $I_r = I_0 10^{L_r/10} = 10^{-12} \times 10^{70/10} = 10^{-5} \text{ W/m}^2$,

e quella dell'aspirapolvere $I_a = I_0 10^{L_a/10} = 10^{-12} \times 10^{90/10} = 10^{-3} \text{ W/m}^2$. L'intensità totale è $I = I_r + I_a = 10^{-3} + 10^{-5} =$

$1,01 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$, a cui corrisponde il livello d'intensità $L = 10 \log(I/I_0) = 10 \log(1,01 \cdot 10^{-3}/10^{-12}) = 90,0043$ decibel.

Concludiamo che il livello sonoro resta praticamente invariato dopo l'accensione della radio.

18. La potenza sonora di una voce sussurrata è 10^{-9} W, quella di una normale conversazione 10^{-4} W. Calcolate la distanza d a cui una normale conversazione viene percepita come una voce sussurrata a 1 m di distanza, trascurando gli effetti di assorbimento.

Risoluzione. Per le onde che si propagano nello spazio l'attenuazione geometrica dipende dal quadrato della distanza. Per la distanza cercata vale dunque la proporzione $10^{-9}/1 = 10^{-5}/d^2$, da cui $d = \sqrt{(10^{-5}/10^{-9})} = 100$ m.

19. Uno strumento per la misura dei suoni indica 0 decibel nonostante la presenza di suoni, seppure molto deboli. Possiamo concludere che lo strumento è guasto o starato?

Risoluzione. L'indicazione 0 decibel fornita dallo strumento non significa assenza di suoni, perché la scala dei decibel è logaritmica. A questo valore corrispondono suoni appena percettibili, con intensità di 10^{-12} W/m².

20. Valutate approssimativamente l'attenuazione in unità di decibel che deve introdurre una parete interna di un edificio perché una normale conversazione in una stanza sia appena percepita in una stanza adiacente. Calcolate quindi il corrispondente fattore di riduzione dell'ampiezza delle oscillazioni delle onde sonore.

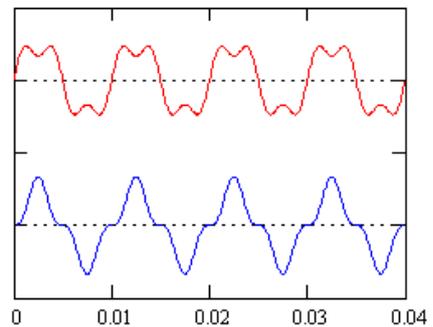
Risoluzione. Utilizzando i dati in Tabella 2 e ammettendo che il suono residuo percepito sia di 10 dB, si conclude che l'attenuazione della parete deve essere di $50 - 10 = 40$ dB. Ciò corrisponde a un fattore $10^{40/10} = 10^4$ in energia e quindi 10^2 in ampiezza.

21. Troviamo scritto che "l'orecchio è doppiamente logaritmico". Esponete brevemente il vostro punto di vista su questa asserzione.

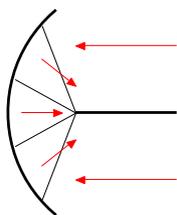
Risoluzione. L'orecchio è effettivamente uno strumento doppiamente logaritmico. E' logaritmica infatti la risposta percettiva in funzione dell'intensità "fisica" dei suoni, e per questo si usa la scala logaritmica dei decibel. Ma è anche logaritmica la percezione dell'altezza, cioè della frequenza, dei suoni, perché identifichiamo nella stessa nota due suoni puri di frequenza f e $2f$ e perché la capacità di distinguere due suoni di frequenza diversa non dipende dalla differenza fra le due frequenze, ma dal rapporto fra esse. Ciò dipende, fra l'altro, dalla distribuzione logaritmica delle celle sensoriali della coclea, il cui numero è approssimativamente costante per ciascuna ottava della banda di frequenze a cui siamo sensibili.

22. Tracciate i grafici di due onde che rappresentano suoni composti: la prima ottenuta sommando una senoide di ampiezza unitaria a 100 Hz e una senoide di ampiezza 1/3 a 300 Hz, la seconda assegnando segno negativo alla senoide a 300 Hz. Confrontate i grafici per stabilire eventuali differenze nei caratteri dei suoni che esse rappresentano.

Risoluzione. I due grafici in figura (la curva rossa rappresenta la somma delle due senoide, quella blu la somma della prima e della seconda cambiata di segno) indicano che le forme d'onda dei due suoni sono assai diverse. Questa differenza si riflette evidentemente nel diverso timbro dei due suoni. Non vi sono invece differenze per quanto riguarda l'intensità dei due suoni, che è la stessa (la diversa ampiezza massima non deve ingannare), e l'altezza dei due suoni, suoni composti che hanno la stessa frequenza fondamentale.



23. Vogliamo usare un ombrello con raggio di 70 cm come specchio sferico (approssimativamente) per concentrare i suoni. Può funzionare?



(vignetta da fare adattando lo schizzo: un grande ombrello aperto con il manico orizzontale sorretto da un ragazzo con l'orecchio, dove convergono le frecce rosse nello schizzo)

Risoluzione. L'ombrello può certamente concentrare un fascio di onde sonore parallelo al manico. Ma soltanto per suoni di lunghezza d'onda piccola rispetto alle sue dimensioni, diciamo minori di $\approx 70/3 = 23$ cm, cioè con frequenza maggiore di ≈ 1500 Hz. E soltanto se

la parete interna dell'ombrello è sufficientemente riflettente per i suoni.

24. Provate ad emettere un suono alla frequenza più bassa e poi uno a quella più alta di cui siete capaci. Individuate le parti del corpo che intervengono nei due casi. Interpretate le vostre osservazioni.

Risoluzione. Al funzionamento del nostro apparato vocale contribuiscono in modo essenziale le cavità interne, le cui risonanze, che determinano le frequenze dei suoni, dipendono dalle loro dimensioni. E infatti quando emettiamo i suoni più acuti, di lunghezza d'onda minore, intervengono le cavità contenute nella testa (nasali e boccali); quando emettiamo i suoni più gravi, di lunghezza d'onda maggiore, intervengono soprattutto quelle del torace, di dimensioni ben maggiori delle precedenti.

25. Galileo trovò sperimentalmente che la frequenza fondamentale di vibrazione di una corda tesa fissata agli estremi è inversamente proporzionale al suo diametro e alla radice quadrata della sua densità. Dimostrate che le conclusioni di Galileo erano corrette.

Risoluzione. La frequenza fondamentale di una corda è data dalla formula (9): $f_1 = v/2L$. La velocità delle onde trasversali nella corda è data dalla formula (1): $v = \sqrt{\frac{F_T}{M/L}}$, dove la massa della corda, supposta a sezione circolare con

di diametro d e densità δ , è: $M = L \pi (d/2)^2 \delta$. Sostituendo M nella formula (1) si ha: $v = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{F_T}{\pi \delta}}$, in accordo dunque con

i risultati sperimentali di Galileo.

26. Procuratevi due elastici di diverso spessore. Osserverete che la frequenza del suono prodotto pizzicando gli elastici aumenta al crescere della forza con cui li tenete tesi. Osserverete inoltre che, a parità di forza applicata e di lunghezza degli elastici, la frequenza del suono è minore per l'elastico più spesso che per quello più sottile. Interpretate queste osservazioni alla luce di quanto avete appreso, ammettendo che gli elastici vibrino nel loro modo fondamentale.

Risoluzione. Le osservazioni si interpretano alla luce della formula (9), secondo la quale la frequenza di vibrazione è direttamente proporzionale alla velocità di propagazione delle onde, e della formula (1), secondo la quale la velocità di propagazione in una corda aumenta al crescere della tensione e diminuisce al crescere della sua densità lineare M/L , e quindi del suo spessore.

27. Nelle canne di un organo, subito prima di un concerto, vengono gettati dei pezzetti di ghiaccio secco (CO_2 allo stato solido). Stabilite cosa avviene quando lo strumento inizia a suonare.

Risoluzione. Il ghiaccio secco, alla temperatura ambiente a cui viene a trovarsi, sublima liberando gas che si mescola con l'aria contenuta all'interno delle canne dell'organo. La velocità del suono nell'anidride carbonica (\rightarrow Tabella 1) è apprezzabilmente minore di quella nell'aria e così sarà anche per la miscela. E quindi, in base alla formula (12), l'organo emetterà note di frequenza più bassa del normale.

28. Calcolate la lunghezza di un fischiello per cani, che emetta ultrasuoni alla frequenza di 30 kHz, realizzato utilizzando un cilindretto con una base chiusa e una aperta.

Risoluzione. La frequenza del modo fondamentale di oscillazione dell'aria in un cilindro di lunghezza L con una base chiusa e una aperta è data dalla formula (12). Da questa si ricava $L = v/4f = 340/(4 \times 30000) = 2,83 \cdot 10^{-3} = 2,83$ mm.

29. Sviluppate un procedimento basato sulle onde stazionarie per misurare la profondità di un pozzo, più precisamente la distanza fra l'imboccatura e il pelo libero dell'acqua, utilizzando un generatore di segnali elettrici sinusoidali di frequenza variabile e un altoparlante. Stabilite anche per quali valori di profondità il metodo proposto funziona.

Risoluzione. Un pozzo è una struttura cilindrica con una base aperta, l'imboccatura, e una chiusa, il pelo libero dell'acqua. La frequenza del modo fondamentale di oscillazione dell'aria in un pozzo di profondità L è data quindi dalla formula (12). Per misurare la profondità del pozzo si può eccitare l'aria al suo interno inviando un'onda sonora di frequenza crescente fino a che si eccitano le onde stazionarie corrispondenti al modo fondamentale, cioè si trova un picco di risonanza. Allora si prende nota della frequenza f_g del generatore e si calcola la profondità del pozzo utilizzando la formula (12): $L = v/4f_g = 85/f_g$, dove $v = 340$ m/s è la velocità del suono. Usando l'orecchio come rivelatore della risonanza, la frequenza minima utilizzabile è ~ 20 Hz, a cui corrisponde una profondità massima di $85/20 = 4,25$ m, che può risultare insufficiente. Si possono tuttavia misurare profondità maggiori eccitando onde

stazionarie ai modi naturali superiori, più precisamente alle frequenze di due modi naturali successivi, e prendendo nota della differenza Δf fra i valori di queste frequenze. Ricordando ora che ai modi naturali successivi di questa struttura corrispondono frequenze che sono multiple dispari della fondamentale, le due frequenze successive a cui si eccitano onde stazionarie saranno, chiamando f_1 la frequenza del modo fondamentale, nf_1 e $(n+2)f_1$, con n dispari incognito. La differenza fra esse è dunque, per qualsiasi n : $\Delta f = 2f_1$. E quindi la profondità è $L = v/2\Delta f = 170/\Delta f$. (Lasciamo da parte la discussione sulla capacità dell'orecchio di distinguere due suoni di frequenza poco diversa fra loro.)

30. Parlando con i polmoni riempiti di elio si verifica il cosiddetto “effetto Paperino”, cioè il tono della voce diventa più acuto del normale. Come interpretate il fenomeno?

Risoluzione. Il fenomeno è dovuto allo spostamento verso frequenze più elevate dei modi naturali di oscillazione del gas contenuto nelle cavità che costituiscono il nostro apparato vocale. Le frequenze di questi modi sono infatti direttamente proporzionali alla velocità del suono (\rightarrow formula (12)), che nell'elio vale 965 m/s, cioè circa 2,8 volte maggiore che nell'aria, spostando quindi corrispondentemente verso l'alto le frequenze dei suoni della voce. Si capisce che si ottiene un effetto Paperino apprezzabile anche se solo una frazione del gas nei polmoni è costituito da elio, come del resto sarebbe assai opportuno.

31. Disponiamo due corde di chitarra di uguale lunghezza, la seconda di diametro doppio della prima, fissandone gli estremi l'una a fianco dell'altra. Vogliamo calcolare il rapporto fra le tensioni delle due corde perché siano in risonanza, cioè quando vibra una di esse, anche l'altra prenda a vibrare alla stessa nota.

Risoluzione. Le due corde sono in risonanza quando entrambe oscillano alla stessa frequenza. Consideriamo il caso in cui ciò avviene perché il modo fondamentale di oscillazione di entrambe ha la stessa frequenza, che è data dalla formula (11). Si conclude che in tal caso la velocità di propagazione deve essere la stessa per le due corde. Tale grandezza è data dalla formula (1). Poiché la seconda corda ha diametro doppio della prima e quindi massa quadrupla per unità di lunghezza, occorre che la tensione della seconda corda sia quadrupla di quella della prima in modo che la velocità di propagazione sia la stessa.

32. Consideriamo la propagazione delle onde sonore in un mezzo dispersivo, cioè nel quale la velocità di propagazione dipende dalla frequenza delle onde. Spiegate, secondo voi, quale dei tre caratteri distintivi dei suoni viene alterato in questo caso.

Risoluzione. Trascurando eventuali fenomeni di assorbimento, non subisce alterazione il trasporto di energia, e quindi l'intensità dei suoni. Neppure le frequenze dei suoni vengono alterate, dato che si mantengono nella propagazione. Ciò che viene sicuramente alterato è il timbro dei suoni. Consideriamo infatti un suono periodico costituito da una frequenza fondamentale e da una armonica, la cui sovrapposizione ne determina la forma d'onda. Se la fondamentale e l'armonica viaggiano con velocità diverse, man mano che l'onda sonora si propaga cambia continuamente la fase relativa fra le due frequenze e con essa la forma d'onda complessiva. E quindi cambia il timbro dei suoni.

33. Calcolate le frequenze degli ultrasuoni che quando si propagano nell'aria hanno la stessa lunghezza d'onda della luce agli estremi della banda visibile: rosso ($\lambda_R = 0,72 \mu\text{m}$) e violetto ($\lambda_V = 0,36 \mu\text{m}$).

Risoluzione. Ricordando la relazione $v = \lambda f$ e ponendo $v = 340$ m/s, per gli ultrasuoni “rossi” si ha $f_R = 340/0,72 \cdot 10^{-6} = 4,72 \cdot 10^8 = 472$ MHz, per quelli “violetti” $f_V = 340/0,36 \cdot 10^{-6} = 9,44 \cdot 10^8 = 944$ MHz. Cioè frequenze che corrispondono a quelle delle onde elettromagnetiche usate per le trasmissioni Tv.