

Modulo 2 La luce

Unità 2 L'occhio e gli strumenti ottici

2.0 Il più importante dei nostri sensi è certamente la vista, per cui possiamo orientarci nel mondo attorno a noi, cogliere l'espressione e i sentimenti delle persone, godere le straordinarie immagini delle opere d'arte o degli spettacoli della natura. E proprio alla visione, non a caso, è dedicata la maggior parte dei neuroni del nostro cervello. A questo riguardo l'ottica gioca un ruolo importante: da un lato nel correggere i difetti della vista con occhiali, lenti a contatto e gli altri mezzi che una tecnologia sempre più raffinata mette a disposizione, dall'altro nell'estendere la nostra visione dai dettagli di oggetti piccolissimi all'osservazione degli oggetti più lontani del cosmo. Proprio questi ultimi due aspetti si sono dimostrati di eccezionale importanza, a partire dal Seicento, nell'estendere la nostra conoscenza scientifica a realtà prima imperscrutabili. Per esempio, scoprendo l'esistenza dei batteri e delle cellule, o arrivando a comprendere, con Galileo, la natura dei corpi celesti e la struttura del Sistema Solare, seppellendo così le visioni erronee del passato. Dell'occhio e di una estesa varietà di strumenti ottici ci occupiamo in questa Unità.

Figura 0. Immagine da trovare

2.1 Mettendo assieme più lenti.

Il funzionamento di quasi tutti gli strumenti ottici, come del resto anche quello dell'occhio, è basato sulle leggi dell'ottica geometrica, cioè sulla riflessione e sulla rifrazione di raggi luminosi. Le parti essenziali di questi dispositivi sono infatti lenti, specchi e prismi, opportunamente disposti per svolgere le funzioni desiderate, cioè fornire immagini: immagini reali raccolte su uno schermo, come la retina dell'occhio, la pellicola di una fotocamera o lo schermo di un cinema, oppure le immagini virtuali che si osservano guardando attraverso un microscopio o un cannocchiale.

Qui il primo quesito a cui rispondere è: che cosa succede quando mettiamo assieme due o più lenti? La risposta è immediata quando si tratta di lenti sottili poste a contatto fra loro: si dimostra infatti l'insieme di più lenti sottili a contatto si comporta come un'unica lente con potere diottrico dato dalla somma algebrica dei poteri diottrici delle lenti componenti. Si ha dunque:

$$(1) \quad D = D_1 + D_2 + \dots$$

Se avvicinassimo una lente convergente a una divergente con poteri diottrici uguali (in modulo)? Otterremmo una lente equivalente con potere diottrico nullo.

dove però occorre fare attenzione ai segni, ricordando che alla distanza focale, e quindi al potere diottrico, si attribuisce segno positivo per le lenti convergenti, segno negativo per quelle divergenti.

Esempio 1. Calcoliamo la distanza focale complessiva delle lenti interne dell'occhio.

Nell'occhio umano, come vedremo più avanti, possiamo individuare in prima approssimazione due lenti a contatto fra loro: la cornea, con potere diottrico di circa 42 diottrie, e il cristallino, con potere diottrico di circa 16 diottrie.

La distanza focale di questo insieme si ricava applicando la formula (1): $D = 42 + 16 = 58$ diottrie, a cui corrisponde la distanza focale: $f = 1/D = 1/58 = 0,0172 \text{ m} = 17,2 \text{ mm}$.

La risposta al quesito precedente è meno immediata quando le lenti non sono a contatto fra loro. Il criterio che si segue è allora il seguente: a) si costruisce l'immagine dell'oggetto che fornisce la lente che viene attraversata per prima dai raggi luminosi, b) si considera questa immagine – indipendentemente dalla sua natura (reale o virtuale) e dalla sua posizione (davanti o dietro la lente) - come oggetto per la seconda lente, c) si costruisce quindi l'immagine fornita dalla seconda lente, e così via. E quindi l'ingrandimento complessivo fra l'oggetto e l'immagine finale fornita dal sistema di lenti è dato dal prodotto degli ingrandimenti forniti dalle lenti componenti:

$$(2) \quad I = I_1 I_2 I_3 \dots$$

Come è illustrato nei due Esempi che seguono, l'immagine di un sistema di lenti si può ottenere sia mediante una costruzione geometrica, sia analiticamente con la formula dei punti coniugati (\rightarrow Unità 1, formula (10))

Esempio 2. Costruiamo l'immagine di un sistema di due lenti

Vogliamo costruire l'immagine della freccia rossa a sinistra in figura 2, fornita dal sistema ottico costituito da una lente convergente e una divergente, conoscendone le posizioni dei fuochi. Ricaviamo l'immagine fornita dalla prima lente con il metodo dei raggi principali. La punta della freccia immagine (freccia blu) si trova nell'intersezione dei due raggi rossi provenienti dalla punta della freccia oggetto: uno passante per il centro ottico della lente, l'altro parallelo all'asse ottico e perciò rifratto attraverso il fuoco della lente. La freccia immagine così ottenuta costituisce ora l'oggetto per la seconda lente. La sua immagine si determina utilizzando ancora i raggi principali: uno passante per il centro ottico della seconda lente, l'altro parallelo all'asse ottico e perciò rifratto verso il fuoco della lente. L'intersezione fra il prolungamento all'indietro di questi due raggi individua la punta della freccia immagine finale del sistema (freccia verde). Si trova che questa immagine è virtuale, capovolta e rimpicciolita.

Esempio 3. Ricaviamo analiticamente l'immagine di un sistema di due lenti.

La figura 2 rappresenta una lente convergente (1) con distanza focale $f_1 = 20$ cm e una divergente (2) con distanza focale $f_2 = -30$ cm, che distano fra loro $d = 90$ cm; l'oggetto si trova alla sinistra della lente 1, da cui dista $p_1 = 36$ cm. Vogliamo ricavare analiticamente la posizione dell'immagine fornita dal sistema e l'ingrandimento.

Ricaviamo la posizione q_1 dell'immagine fornita dalla lente 1 dalla formula dei punti coniugati: $q_1 = 1/(1/f_1 - 1/p_1) = 1/(1/0,2 - 1/0,36) = 0,45$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine reale, formata al di là della lente rispetto all'oggetto. Questa immagine costituisce l'oggetto per la lente 2, dalla quale dista $p_2 = d - q_1 = 0,9 - 0,45 = 0,45$ m. Applicando nuovamente la formula dei punti coniugati ricaviamo la posizione q dell'immagine fornita dalla lente 2: $q_2 = 1/(1/f_2 - 1/p_2) = 1/(1/(-0,3) - 1/0,45) = -0,18$ m, dove il segno negativo indica che si tratta di un'immagine virtuale, formata dalla stessa parte della lente rispetto all'oggetto.

L'ingrandimento fornito dalla lente 1, applicando la formula (11) dell'Unità 1, è: $I_1 = -q_1/p_1 = -0,45/0,36 = -1,25$, dove il segno negativo indica che si tratta di un'immagine capovolta.

L'ingrandimento fornito dalla lente 2, applicando la stessa formula, è: $I_2 = -q_2/p_2 = -(-0,18)/0,45 = 0,4$, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine diritta (diritta però rispetto all'oggetto per la lente 2, che era capovolto rispetto all'oggetto iniziale). L'ingrandimento complessivo del sistema è il prodotto dei due ingrandimenti (formula (2)): $I = I_1 I_2 = -1,25 \times 0,4 = -0,5$, dove il segno negativo indica che si tratta di un'immagine capovolta. Esaminando la figura 2, si trova un buon accordo fra la costruzione grafica svolta nell'Esempio 2 e i risultati analitici.



Figura 1. Due lenti sottili poste a contatto fra loro, come quelle in figura, si comportano come un'unica lente, con potere diottrico dato dalla somma algebrica dei poteri diottrici delle due lenti.

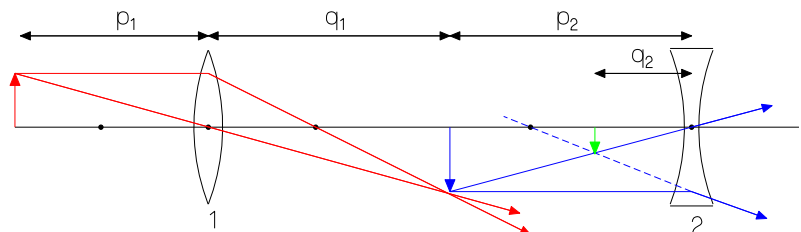


Figura 2. Costruzione delle immagini per un sistema di due lenti poste a distanza con asse ottico comune. La freccia rossa è l'oggetto; la freccia blu è l'immagine (reale) fornita dalla lente 1, che costituisce l'oggetto per la lente 2; la freccia verde è l'immagine (virtuale) fornita dalla lente 2, cioè l'immagine finale del sistema.

2.2 L'occhio e la visione

Detta in breve, *la funzione dell'occhio è quella di proiettare immagini del mondo esterno, dunque immagini reali, sul piccolo schermo che si trova al suo interno*. Questo schermo, chiamato *rètina*, è ricoperto da sensori di luce, i cui segnali vengono trasmessi al cervello. Qui hanno luogo elaborazioni assai raffinate, il cui risultato finale è la nostra percezione della visione. Occorre però dire che le percezioni visive sono “ipotesi” costruite dal cervello, nel senso che un'immagine sulla rètina può essere interpretata in vari modi diversi. Tanto per farsi un'idea, il sistema di lenti che costituisce l'occhio forma sulla rètina immagini capovolte, perchè si comporta come una lente convergente. Eppure noi vediamo dritto, perché il cervello rimette le cose a posto.

Un esperimento interessante. Gli sperimentatori che hanno indossato occhiali “capovolgenti” hanno visto il mondo capovolto. Ma solo per qualche tempo. Infatti in seguito il loro cervello ha rimesso le cose a posto e quindi essi sono tornati a vedere il mondo dritto. Quando poi si sono tolti gli occhiali, il mondo è apparso loro capovolto. Ma successivamente ...

Torniamo ora all'occhio, rappresentato schematicamente nella figura 3, che è sostanzialmente un sacchetto pieno d'acqua di forma approssimativamente sferica con diametro di circa 2,3 cm. Esso è racchiuso da una membrana opaca (*sclerotica*) che è però trasparente nella parte anteriore dell'occhio, dove forma la **cornea**: questa, con indice di rifrazione di circa 1,38, costituisce una potentissima lente convergente, con potere diottrico di circa 42 diottrie. Seguendo il percorso dei raggi luminosi provenienti dall'esterno, dopo la cornea essi attraversano una piccola regione di liquido acquoso (*umor acqueo*), dove l'indice di rifrazione è poco diverso da quello dell'acqua (1,33), per raggiungere un'altra lente convergente, il **crystallino**, con potere diottrico di 16 diottrie. Questa proietta infine i raggi, attraverso un'altra regione liquida (*umor vitreo*), verso la **rètina**: la parte dell'occhio sensibile alla luce che ricopre la parte posteriore della parete interna della membrana che lo racchiude, a circa 17 mm di distanza dal cristallino. Possiamo quindi schematizzare l'occhio come un sistema costituito da due lenti a contatto, la cornea e il cristallino, con potere diottrico complessivo di 58 diottrie. Questo valore è molto elevato, ma è quanto occorre per poter focalizzare le immagini sulla rètina, che è vicinissima al sistema di lenti.

Carta d'identità del cristallino.

Lente convergente con indice di rifrazione di circa 1,39, diametro di 9 mm e spessore di 4 mm. E' costituito da una massa fibrosa elastica trasparente disposta a strati (se ne contano circa ventimila) come una cipolla, circondata da una membrana. La sua curvatura, e con essa il potere diottrico, viene modificata dall'azione dei muscoli ciliari. Però sempre meno efficacemente all'aumentare dell'età.

Sebbene il potere diottrico del cristallino sia solo una frazione di quello della cornea, questa lente presenta una caratteristica importantissima: quella che ci permette di vedere distintamente sia gli oggetti vicini che quelli lontani (come “zoomare” le immagini?). Infatti *il cristallino è una lente variabile*, il cui potere diottrico è controllato dai muscoli ciliari che sono avvolti attorno ad esso come una ciambella. In condizioni normali, cioè quando guardiamo oggetti relativamente lontani, i muscoli ciliari sono rilassati, il cristallino ha la sua forma normale, e l'immagine degli oggetti si forma correttamente sulla rètina. Quando invece guardiamo gli oggetti vicini, i muscoli ciliari si tendono accentuando la curvatura del cristallino, cioè aumentandone il potere diottrico; e così l'immagine degli oggetti vicini può formarsi sulla rètina, come è necessario. L'azione dei muscoli è inconscia, cioè avviene automaticamente quando si pone lo sguardo su un oggetto vicino. Ma costa un po' di sforzo, e infatti leggere troppo a lungo e troppo da vicino produce affaticamento della vista (non sia questa una scusa per non studiare ...).

Questa caratteristica importantissima del cristallino, e dunque dell'occhio, prende il nome di **accomodamento**. Più precisamente, l'accomodamento consente di formare sulla rètina immagini nitide di oggetti che si trovano a distanze variabili da circa 15 cm (*punto prossimo*) fino all'infinito (*punto remoto*). La visione più confortevole da vicino, con i muscoli ciliari solo debolmente contratti, si ha per distanze di circa 25 cm (*punto di visione distinta*). Questo però per un occhio normale di una persona relativamente giovane. Al crescere dell'età, infatti, il cristallino diventa sempre meno elastico, il potere di accomodamento si riduce e il punto prossimo si allontana (e con esso il punto di visione distinta). Allora per leggere il giornale bisogna allontanarlo allo scopo di

averne una visione nitida, ma così facendo la lettura risulta difficile, o addirittura impossibile, perché i caratteri diventano troppo piccoli. Questo difetto della vista prende il nome di *presbiopia*.

Esempio 4. L'accomodamento dell'occhio.

Vogliamo calcolare il potere di accomodamento, in diottrie, di un occhio con punto prossimo a 25 cm, punto remoto all'infinito e lunghezza dell'occhio di 2 cm.

La distanza focale per avere una visione distinta degli oggetti all'infinito ($p_{\infty} = \infty$), formandone l'immagine sulla retina ($q = 2$ cm), si ricava dalla formula dei punti coniugati: $f_{\infty} = 1/(1/p_{\infty} + 1/q) = 1/(1/\infty + 1/0,02) = 0,02$ m. A ciò corrisponde il potere diottrico $D_{\infty} = 1/f_{\infty} = 50$ diottrie. La distanza focale per avere una visione distinta al punto prossimo ($p = 0,25$), formandone l'immagine sulla retina ($q = 2$ cm) si ricava dalla formula dei punti coniugati: $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1/0,25 + 1/0,02) = 0,0185$ m. A ciò corrisponde il potere diottrico $D = 1/f = 54$ diottrie. La differenza fra i due poteri diottrici, $54 - 50 = 4$ diottrie, rappresenta il potere di accomodamento dell'occhio.

La capacità dell'occhio di distinguere i dettagli di una immagine è caratterizzata dal suo **potere risolutivo**, o **acuità visiva**, che rappresenta la capacità di vedere separatamente due punti di un oggetto. Questa grandezza è data dal valore del più piccolo angolo di osservazione α_{\min} sotto il quale i due punti risultano distinti, che per un occhio normale vale circa $\alpha_{\min} = 1$ minuto di grado ($0,017^{\circ} \approx 3 \times 10^{-4}$ rad). Le stelle, per esempio, ci appaiono puntiformi perché, data la distanza, le vediamo sotto un angolo ben inferiore.

L'occhio è dotato anche di una grande capacità di adattamento alla luminosità dell'ambiente. Quando è esposto a una luce molto intensa, che potrebbe danneggiarlo, il diametro del foro, la *pupilla*, attraverso il quale la luce penetra nell'occhio può ridursi a poco meno di 1 mm; al buio invece, la pupilla si allarga fino a circa 8 mm, in modo da raccogliere la massima quantità di luce. La regolazione del diametro della pupilla è affidato all'*iride*, un diaframma azionato anch'esso da appositi muscoli con azione inconscia. Però questi muscoli, a differenza dei ciliari, non agiscono istantaneamente. Potete verificarlo esaminando allo specchio la grandezza della vostra pupilla, prima in presenza di luce intensa e poi dopo aver chiuso gli occhi a breve o per qualche decina di secondi.

Oltre che dalla luce, il diametro della pupilla dipende dal nostro stato emotivo. Qualcosa di spiacevole fa restringere la pupilla, qualcosa di piacevole la allarga. E allora guardate bene gli occhi della persona con cui avete a che fare in questioni delicate di guerra, amore o affari.

2.3 La retina: coni e bastoncelli

La parte dell'occhio sensibile alla luce, la retina, ricopre circa due terzi della parete interna del bulbo oculare. Su di essa sono distribuite le cellule che funzionano da trasduttori fra segnale luminoso e segnale elettrico, e quelle che eseguono localmente una prima elaborazione dell'immagine. L'unico punto della retina che non è sensibile alla luce è il cosiddetto *punto cieco*, da dove parte il **nervo ottico** che trasmette al cervello i segnali nervosi nella forma di impulsi elettrici.

Le cellule sensibili alla luce sono di due tipi, le cui denominazioni ne indicano la forma, e sono diversamente distribuite sulla retina. I **bastoncelli**, molto numerosi ($\sim 10^8$) e distribuiti pressoché uniformemente, registrano semplicemente la quantità di luce che li colpisce, più precisamente l'illuminamento del punto dove si trovano, e quindi forniscono una informazione, per così dire, in bianco e nero. Sensibili ai colori sono invece i **coni**, meno numerosi e distribuiti soprattutto nella zona della retina più prossima all'asse ottico: infatti guardando gli oggetti con la "coda dell'occhio", i colori si apprezzano assai meno che quando li si osservano direttamente.

I coni sono di tre tipi diversi, ciascuno dei quali è sensibile a un diverso colore: rosso, verde e blu; più precisamente, a una gamma di lunghezze d'onda nella regione dei colori anzidetti. La nostra percezione del colore, con una gamma estesissima di tonalità, deriva dalla combinazione delle informazioni fornite dai tre tipi di coni. La visione dei colori però si riduce fortemente in condizioni di bassa luminosità, perché la sensibilità alla luce dei coni è assai inferiore a quella dei bastoncelli, circa cento volte di meno.

A una elevatissima risoluzione spaziale dell'occhio, che abbiamo caratterizzato sopra in termini di acuità visiva, non corrisponde una altrettanto elevata risoluzione temporale. Si osserva infatti il fenomeno della **persistenza delle immagini** sulla retina, per una durata di almeno 1/10 – 1/15 di secondo. Questo, per esempio, c'impedisce di seguire in dettaglio il moto di un corpo in rapida rotazione (una torcia accesa che ruota velocemente ci apparirà come un cerchio luminoso), ma d'altra parte ci permette di vedere le immagini di un film in continuità anziché come una sequenza di fotogrammi. La persistenza si manifesta anche in una perdita di sensibilità dopo una forte eccitazione che si è mantenuta per un certo tempo: più precisamente, le cellule eccitate da una forte luce perdono sensibilità mentre quelle poco eccitate diventano più sensibili. Una eccitazione uniforme produce quindi tipicamente una risposta “complementare” all'eccitazione precedente.

La Fisica attorno a noi 1. I colori non spettrali.

Per stabilire la tonalità di un colore, il nostro cervello combina assieme i segnali provenienti dai tre diversi tipi di coni, le cellule della retina sensibili ai colori. Per esempio, quando alla luce rispondono sia i coni sensibili al rosso che quelli sensibili al verde, ma non quelli sensibili al blu, il cervello decide che deve trattarsi di luce gialla, la cui lunghezza d'onda è intermedia fra quella del rosso e del verde. Ciò assicura una buona percezione di tutte le tinte fra il limite del rosso (720 nm) e quello del violetto (380 nm), che sono chiamate *colori spettrali* perché corrispondenti a lunghezze d'onda ben definite nello spettro della luce visibile.

Cosa avviene però quando la luce è costituita da una mescolanza di colori estremi dello spettro, per esempio rosso e violetto? In questo caso, naturalmente, rispondono sia i coni sensibili al rosso che quelli sensibili al blu, ma non quelli sensibili al verde. Il cervello combina assieme queste informazioni, ma non può attribuirle a colori con lunghezza d'onda intermedia fra rosso e blu. Il colore che noi vediamo in questi casi, per esempio il porpora, fa parte dei cosiddetti *colori non spettrali*, a cui non corrisponde nessuna lunghezza d'onda e che rappresenta la nostra sensazione derivante da una mescolanza di luce rossa e violetta.

La Fisica attorno a noi 2. Le stelle sono davvero tutte bianche?

Le stelle, in gran parte, sono vivacemente colorate, come risulta dalle fotografie riprese con lunghi tempi di esposizione: rosse o arancione quelle più “fredde”, blu e violette quelle più “calde”. E allora perché le vediamo tutte bianche?

Il motivo sta nell'estrema debolezza della loro luce che raggiunge i nostri occhi. I coni, che rivelano i colori, non sono sensibili ai più bassi livelli di luminosità. In queste condizioni sono invece sensibili i bastoncelli, che però registrano solo la luminosità, non il colore. Per lo stesso motivo, quando c'è la luna piena vediamo distintamente gli oggetti, ma distinguiamo assai poco i loro colori, perché sono illuminati solo debolmente.

Figura 3. La luce penetra nell'occhio attraverso l'apertura della pupilla, che l'iride stringe o allarga a seconda dell'intensità della luce. Nel suo percorso, la luce attraversa varie regioni trasparenti, fra cui la *cornea* e il *cristallino*: due lenti fortemente convergenti, che la focalizzano sulla *retina*. Qui si trovano le cellule sensibili alla luce, i cui segnali sono inviati al cervello attraverso il *nervo ottico*.

(Adattare da Amaldi, Fisica, vol. 2, pag. 322; modificata come segue: aggiungendo, a tratteggio, l'asse ottico dell'occhio in orizzontale; colorando in blu le due piccole regioni verticali che rappresentano l'iride; scurendo un po' più la sclerotica, salvo che nella parte anteriore; eliminando la parte indicata come pupilla, che fa parte del cristallino, dando lo stesso colore celeste tenue alla regione dell'umor vitreo come a quella dell'umore acqueo; modificando le scritte: muscoli ciliari, apertura della pupilla)

Figura 4. Possiamo schematizzare l'occhio come un sistema costituito da due lenti a contatto fra loro, la cornea e il cristallino, entrambi convergenti. L'immagine degli oggetti che si forma sulla retina è reale, capovolta e rimpicciolita. (Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. O90, fig. 2)

Figura 5. L'accomodamento dell'occhio ci consente di vedere distintamente sia da lontano che da vicino. (a) Quando osserviamo un oggetto lontano, la distanza focale del cristallino è quella massima, perché i muscoli ciliari sono rilassati. (b) Quando osserviamo un oggetto vicino, i muscoli ciliari si contraggono spontaneamente, aumentando la curvatura del cristallino in modo da ridurre la distanza focale.

(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. O90, fig. 3; modificando le scritte come segue: oggetto lontano, cristallino incurvato, muscoli ciliari contratti)

Figura 6. **Esperimento. Misurate la vostra acuità visiva.** Appendete su una parete un foglio di carta su cui avrete tracciato due segmenti distanti 1 mm. Allontanandovi oltre una certa distanza, vedrete i due segmenti fusi assieme. Prendete nota della massima distanza a cui i segmenti vi appaiono ancora separati e calcolate la vostra acuità visuale (ricordate che per piccoli angoli la tangente è approssimativamente uguale al suo argomento). (vignetta da fare)

Figura 7. Fissate lo sguardo sul gatto con l'occhio destro, tenendo chiuso l'altro. Avvicinando la figura agli occhi, a un dato momento l'immagine del topo sparirà, perché cade sul punto cieco della vostra retina. Ciò non si verifica, naturalmente, guardando il gatto con entrambi gli occhi, le cui immagini vengono combinate assieme. (adattare da Delaruelle, vol. 2, pag. 293)

Figura 8. L'elaborazione dei segnali che rappresentano le immagini, svolta dal cervello, è estremamente complessa. Sicché a volte, come nel caso delle immagini in figura, la nostra percezione si traduce in *illusioni ottiche*. Escher? (adattare da Hewitt, pag. 466, soltanto quattro immagini: Il segmento inclinato è davvero spezzato? I segmenti a destra sono davvero più corti? Sapreste costruire questo oggetto? I mattoncini sono davvero inclinati?)

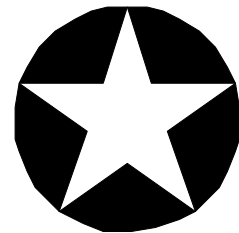


Figura 9. Fissate per una diecina di secondi il centro della stella bianca in figura. Poi spostate lo sguardo su un foglio bianco. Provate a interpretare ciò che avete osservato.

2.4 I difetti della vista e come si correggono.

L'occhio normale, come si è detto, ha il punto prossimo a circa 15 cm di distanza, il punto di visione distinta a circa 25 cm e il punto remoto all'infinito. I più comuni difetti della vista, la **miopia**, l'**ipermetropia** e la **presbiopia**, modificano questa situazione ideale, riducendo la "profondità di campo" della visione, in modo tale da veder bene solo da vicino oppure da lontano, o soltanto in una gamma intermedia di distanze. E allora è necessario far ricorso a mezzi correttivi, cioè all'impiego di occhiali, più comunemente, oppure di lenti a contatto. Correzioni più radicali si ottengono poi con mezzi chirurgici (→ La fisica della tecnologia 1).

Nell'occhio miope il punto remoto si trova a distanza finita anziché infinita, sicché le immagini degli oggetti più lontani appaiono confuse perché si formano prima della retina. La miopia richiede quindi correzione per la visione da lontano, ma non per quella da vicino. La causa più frequente è lo schiacciamento del globo oculare, che si allunga provocando l'allontanamento della retina dal cristallino. Dato che l'occhio miope presenta un eccesso di convergenza rispetto al necessario, la vista si può correggere usando occhiali dotati di lenti divergenti di opportuna distanza focale, come mostrato nella figura 10. La lente divergente ha il compito di formare le immagini degli oggetti lontani a una distanza più vicina del punto remoto dell'occhio miope. Queste immagini "avvicinate" sono virtuali e diritte.

Non si conosce l'origine degli occhiali, che avvenne forse in Cina da dove i mongoli li portarono in Europa. Certo è che si fabbricavano occhiali a Venezia attorno all'anno 1300.

Esempio 5. Le lenti a contatto per un occhio miope.

Una persona miope vede nitidamente gli oggetti vicini, in modo confuso quelli oltre 0,8 metri. Vogliamo calcolare il potere diottrico delle lenti a contatto necessarie a correggere il difetto.

Dato che il punto remoto della persona si trova a 0,8 m, le lenti a contatto dovranno formare a tale distanza l'immagine degli oggetti che si trovano all'infinito. Poniamo dunque $p = \infty$ per la distanza dell'oggetto e $q = -0,8$ m per la distanza dell'immagine, dove il segno negativo indica che l'immagine si deve formare dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alla lente. Ricaviamo la distanza focale f delle lenti applicando la formula dei punti coniugati: $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1/\infty - 1/0,8) = -0,8$ m, dove il segno negativo indica che si tratta di una lente divergente. Il potere diottrico delle lenti è dunque: $D = 1/f = 1/-0,8 = -1,25$ diottrie.

Nell'occhio ipermetrope il punto prossimo è più lontano del normale, sicché appaiono confuse le immagini degli oggetti vicini, che andrebbero a formarsi oltre la retina. L'ipermetropia richiede quindi correzione per la visione da vicino, ma non per quella da lontano. Questo difetto può essere provocato da un bulbo oculare più corto del normale. Dato che l'occhio ipermetrope presenta una insufficiente convergenza, la vista si può correggere usando occhiali dotati di lenti convergenti di opportuna distanza focale, come mostrato nella figura 11. La lente convergente ha il compito di formare le immagini degli oggetti vicini a una distanza maggiore del punto prossimo dell'occhio ipermetrope. Queste immagini "allontanate" sono diritte e virtuali.

Esempio 6. Le lenti a contatto per un occhio ipermetrope.

Una persona ipermetrope ha il punto prossimo a 135 cm. Calcoliamo il potere diottrico delle lenti a contatto necessarie per consentirgli la lettura di un giornale posto a 25 cm dagli occhi.

Le lenti a contatto devono formare nel punto prossimo l'immagine di un oggetto che si trova a 0,25 m dagli occhi. Si ha cioè $p = 0,25$ m e $q = -1,35$ m, dove il segno negativo indica che l'immagine si forma dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alla lente. Ricaviamo la distanza focale dalla formula dei punti coniugati: $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1/0,25 + 1/(-1,35)) = 0,301$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di lenti convergenti. Il potere diottrico delle lenti è: $D = 1/f = 1/0,301 = 3,26$ diottrie.

Esempio 7. Gli occhiali per un occhio ipermetrope.

Vogliamo calcolare il potere diottrico delle lenti da occhiali necessarie per consentire la lettura del giornale alla persona ipermetrope dell'esempio precedente, a cui le lenti a contatto provocano fastidio, sapendo che queste lenti si troveranno alla distanza $d = 2$ cm dagli occhi.

Come nell'Esempio precedente, le lenti correttive devono formare a 135 cm di distanza dagli occhi, cioè a 133 cm dalla lente, l'immagine del giornale che si trova a 25 cm dagli occhi, cioè a 23 cm dalla lente. Si ha quindi $p = 0,23$ m e $q = -1,33$ m, dove il segno negativo indica che l'immagine si forma dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alla lente. Ricaviamo la distanza focale dalla formula dei punti coniugati: $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1/0,23 + 1/(-1,33)) = 0,278$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di una lente convergente. Il potere diottrico della lente è: $D = 1/f = 1/0,278 = 3,60$ diottrie. Notate che questo valore differisce solo di poco da quello ottenuto per le lenti a contatto nell'Esempio precedente. Ciò si spiega considerando che la distanza fra le lenti da occhiali e l'occhio è molto piccola rispetto a tutte le altre distanze in gioco.

La *presbiopia*, come si è detto, deriva dalla graduale perdita di potere di accomodamento del cristallino al crescere dell'età. La conseguenza è che *il punto prossimo dell'occhio presbite si allontana*, rendendo confusa la visione degli oggetti vicini, mentre il punto remoto, tipicamente, si mantiene all'infinito. La visione da vicino si può correggere, come nel caso dell'ipermetropia, usando occhiali dotati di lenti convergenti. Con questi occhiali, tuttavia, diventa confusa la visione degli oggetti lontani, che la perdita di accomodamento impedisce di focalizzare. Sicché spesso si utilizzano *occhiali bifocali* le cui lenti hanno una forma tale da presentare una distanza focale diversa nella parte inferiore, per la vista da vicino, e in quella superiore, per la vista da lontano.

Il difetto chiamato **astigmatismo**, che si manifesta in una distorsione delle immagini, è causato da una curvatura non uniforme del cristallino, per cui il potere diottrico di questa lente è diverso per i raggi luminosi contenuti in piani meridiani diversi. Per correggere l'astigmatismo si usano lenti aventi a loro volta curvatura non uniforme, complementare a quella del cristallino, dette *lenti cilindriche* perché spesso ottenute dal taglio di un pezzo di vetro cilindrico anziché sferico.

Meno diffuso, ma non infrequente, è il **daltonismo**, che si manifesta in varie forme di perdita di sensibilità ai colori, colpendo più spesso gli uomini che le donne. Un

Il daltonismo si chiama così perché ne era affetto il chimico inglese John Dalton (1766-1844), a cui si deve la scoperta di varie leggi assai importanti, fra cui quella delle *proporzioni multiple* nella combinazione degli elementi chimici per formare le sostanze composte.

esempio è l'incapacità di distinguere il rosso dal verde, tipicamente per carenze dei coni preposti a rivelare l'uno o l'altro di questi colori. In altri casi il daltonismo si manifesta in una visione alterata dei colori. Questo difetto viene sottoposto a test negli esami necessari a conseguire la patente di guida, data l'ovvia importanza di distinguere una luce semaforica rossa da una verde.

La Fisica della tecnologia 1. La microchirurgia dell'occhio.

Lo sviluppo della tecnologia dei laser (→ Tomo V, pag. xxx) consente oggi vari tipi di interventi di microchirurgia per la correzione dei difetti dell'occhio. I fasci laser permettono infatti di eseguire lavorazioni di altissima precisione, come appunto l'asportazione controllata di materiale biologico.

L'intervento più semplice e rapido, che però è efficace soltanto nel caso di miopie o ipermetropie non troppo forti, riguarda il trattamento laser della cornea, modificandone la curvatura esterna e quindi il potere diottrico, per portarlo al valore necessario al recupero del difetto. Lo stesso tipo d'intervento sulla cornea permette anche di correggere l'astigmatismo.

E' possibile, in alternativa, inserire all'interno dell'occhio delle lenti (*lenti intraoculari*), fatte di materiali *biocompatibili*, cioè che presentano piena compatibilità con l'ambiente biologico dove vengono a trovarsi. Queste lenti possono essere inserite semplicemente nell'occhio, prima o dopo l'iride, funzionando così in modo simile alle lenti a contatto; in tal caso continuando ad avvalersi del potere di accomodamento del cristallino. Una lente intraoculare può essere usata anche come *cristallino artificiale*, cioè sostituendola al cristallino, come del resto risulta necessario quando questa lente naturale ha perso la sua trasparenza (difetto chiamato *cataratta*). Più di recente, sono state introdotte delle *lentine accomodative* dotate di elasticità, che rispondono all'azione dei muscoli oculari in modo simile al cristallino naturale.

Figura 10. Nell'occhio miope le immagini degli oggetti più lontani del punto remoto appaiono confuse perché si formano prima della retina (a). L'impiego di una lente divergente non allontana il punto remoto dell'occhio difettoso, ma avvicina le immagini degli oggetti distanti, formandone immagini virtuali che l'occhio vede attraverso la lente (b). (Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. O94, riducendo le dimensioni dell'occhio, raddoppiando la distanza fra la lente e l'occhio, modificando le scritte Visione nitida, Immagine formata da una lente divergente, Punto remoto troppo vicino)

Figura 11. Nell'occhio ipermetrope le immagini degli oggetti più vicini del punto prossimo appaiono confuse perché si formano oltre la retina (a). L'impiego di una lente convergente non avvicina il punto prossimo dell'occhio difettoso, ma allontana le immagini degli oggetti vicini, formandone un'immagine virtuale che l'occhio vede attraverso la lente (b). (Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. O97, riducendo le dimensioni dell'occhio, raddoppiando la distanza fra la lente e l'occhio, modificando le scritte Visione nitida, Immagine formata da una lente convergente, Punto prossimo troppo lontano)

2.5 La macchina fotografica e gli strumenti di proiezione.

La **macchina fotografica** più semplice non è altro che una camera oscura, con una carta sensibile alla luce disposta sulla parete interna opposta al foro, dove si forma un'immagine reale e capovolta. Una vera fotocamera, schematizzata in figura 13, è estremamente più versatile di un simile oggetto grazie a un'ampia serie di accessori.

La luce penetra nella macchina da un'apertura costituita da un *diaframma* regolabile e attraversa poi un sistema di lenti convergenti

(l'*obiiettivo*) che provvede a creare sulla pellicola l'immagine degli oggetti esterni. L'entrata dei raggi luminosi, normalmente, è bloccata dall'*otturatore*, che soltanto quando scattiamo le foto si apre brevemente per un *tempo di esposizione* prefissato, tipicamente una frazione di secondo, per esempio fra 1/1000 e 1/20: i tempi di esposizione più brevi sono usati per evitare che le fotografie risultino "mosse" nel caso di oggetti in rapido movimento. Per ottenere una buona fotografia occorre evitare che la pellicola riceva troppa luce (sovraesposizione) o troppa poca (sottoesposizione): per questo si regola sia l'apertura del diaframma che il tempo di esposizione. Molte macchine, d'altra

Per mettere a fuoco le immagini di oggetti a diverse distanze, l'occhio impiega una lente di forma variabile (il cristallino) in posizione fissa rispetto allo schermo (la retina); la macchina fotografica, una lente di forma fissa con posizione variabile rispetto allo schermo (la pellicola).

parte, dispongono di un sistema automatico di regolazione della luce, grazie a un apposito sensore che misura l'illuminamento.

L'oggetto che si vuole fotografare deve trovarsi a una distanza maggiore del doppio della distanza focale dell'obiettivo (convergente), in modo che sulla pellicola si formi un'immagine reale, capovolta e rimpicciolita. Perché l'immagine sia nitida, essa si deve formare sul piano della pellicola. Ciò avviene naturalmente per gli oggetti lontani quando la distanza fra l'obiettivo e la pellicola è pari alla distanza focale. Per focalizzare correttamente gli oggetti relativamente vicini, le fotocamere dispongono di un meccanismo regolabile che serve a spostare l'obiettivo, allontanandolo convenientemente dalla pellicola.

La Fisica della tecnologia 2. Le macchine fotografiche digitali.

Le parti propriamente ottiche di una fotocamera digitale non differiscono sostanzialmente da quelle di una macchina fotografica tradizionale. Perciò poniamo l'attenzione sulle differenze essenziali fra i due tipi di fotocamere. Una di queste riguarda i sensori di luce a stato solido che sostituiscono la pellicola, chiamati **CCD** (*charge-coupled devices*, dispositivi ad accoppiamento di carica) e costituiti da un gran numero di elementi sensibili. Ciascuno di essi genera una carica elettrica, e quindi una tensione, proporzionale alla luce che lo investe, rappresentando quindi un elemento dell'immagine complessiva, cioè un *pixel* (picture element). I sensori CCD sono realizzati nella forma di un circuito integrato, con i sensori di luce disposti su una matrice rettangolare: il prodotto del numero delle righe per quello delle colonne, cioè il numero totale degli elementi sensibili, è un buon indice della qualità delle immagini e viene generalmente espresso in unità di megapixel.

L'altra caratteristica importante delle fotocamere digitali riguarda la loro uscita: le immagini sono rappresentate dall'insieme dei segnali elettrici corrispondenti alla luminosità dei singoli pixel che le costituiscono. Questi segnali sono codificati in forma digitale, cioè come sequenze di "0" e "1", consentendone quindi una agevole memorizzazione, come pure la trasmissione a un calcolatore o ad altri apparecchi digitali per visualizzare, stampare e archiviare le immagini, oppure ritocarle mediante appositi programmi.

Figura 12. Le moderne fotocamere digitali sono generalmente dotate di un visore che rappresenta le immagini, facilitandone quindi grandemente l'impiego. E se una foto è venuta male, basta cancellarla dalla memoria. (fotografia)

Gli strumenti da proiezione

Lo strumento da proiezione più semplice è il **proiettore per diapositive**. Questo apparecchio, come mostra la figura 14, forma su uno schermo una immagine reale, capovolta e ingrandita dell'oggetto, la *diapositiva*, che è illuminato fortemente da una sorgente luminosa. Un sistema di lenti, chiamato *condensatore*, trasforma in un fascio parallelo i raggi divergenti provenienti dalla lampada; un altro, l'*obiettivo*, focalizza l'immagine sullo schermo. Notate che *la proiezione avviene per trasparenza*, per cui l'immagine sullo schermo rappresenta il "negativo" dell'oggetto, che quindi, come appunto avviene per le diapositive o le pellicole cinematografiche, deve rappresentare il negativo dell'immagine che si vuole proiettare.

L'ottica del **cinematografo** è simile a quella del proiettore. Le immagini proiettate sullo schermo in rapida sequenza provengono da una serie di fotogrammi ripresi da una macchina che li ha scattati al ritmo di 24 fotogrammi al secondo. Grazie alla persistenza delle immagini sulla retina, noi non vediamo il susseguirsi a scatti di queste immagini, ma un'immagine che varia nel tempo con continuità, come la scena registrata dalla macchina da ripresa.

La Fisica della tecnologia 3. La proiezione di immagini mediante microspecchi.

Una tecnica di proiezione innovativa, che si sta diffondendo in questi anni, utilizza una matrice di microspecchi orientabili. Questa, quando viene illuminata da un fascio di luce, lo riflette selettivamente sullo schermo in modo da creare l'immagine desiderata. Ciascun microspecchio,

che corrisponde a un elemento dell'immagine (cioè a un *pixel*), può assumere due diverse posizioni angolari ($\pm 12^\circ$) a seconda del comando elettrico che riceve, potendo così riflettere la luce della sorgente sullo schermo, creandovi un quadratino luminoso, oppure deviarla altrove.

La matrice di microspecchi è realizzata nella forma di un circuito integrato, denominato DMD (*digital micromirror device*, dispositivo digitale a microspecchi), che contiene tipicamente un milione di specchietti, corrispondenti cioè a un megapixel, ciascuno con dimensioni di appena 15 μm . L'inerzia minimale dei microspecchi consente di muoverli assai rapidamente fra le due posizioni estreme, permettendo così di ottenere da ciascuno di essi una luce più o meno intensa, corrispondente sullo schermo alla scala del grigio fra il bianco e il nero, a seconda del tempo trascorso nell'una o nell'altra delle due posizioni. L'impiego di tre DMD, illuminati rispettivamente con luce rossa, verde e blu, consente poi di ottenere immagini colorate.

L'informazione che rappresenta l'immagine non è contenuta in pellicole, diapositive o altri supporti, ma in una memoria simile a quelle usate nei calcolatori o nelle macchine fotografiche digitali, ciascuna cella della quale comanda il microspecchio corrispondente.

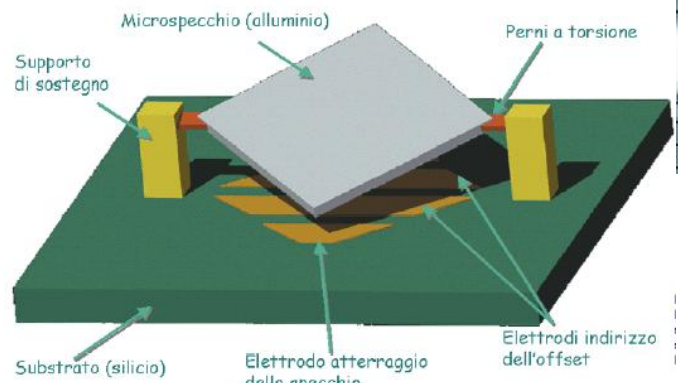
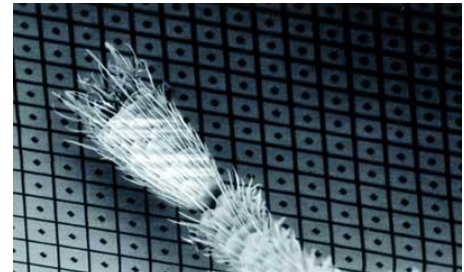


Figura A. La zampetta di una formica sui microspecchi di un DMD.

Figura B. Rappresentazione semplificata di un microspecchio orientabile. (adattare, eliminando la scritta (e la freccia) Elettrodo atterraggio ...; modificando come segue le altre scritte: Base di silicio, Elettrodi di comando, Perno, Supporto, Microspecchio di alluminio)

Figura 13. Rappresentazione schematica di una macchina fotografica: l'*obiettivo* forma sulla pellicola una immagine reale, capovolta e rimpicciolita. Il *diaframma* regola l'apertura attraverso cui la luce penetra all'interno. L'obiettivo spostabile permette di focalizzare convenientemente sulla pellicola gli oggetti a seconda della loro distanza. La pellicola è ricoperta di sali d'argento, che la luce decompone, fissando "chimicamente" l'immagine che vi si crea quando si scatta una foto aprendo brevemente l'*otturatore* (non indicato in figura).

(trovare un'immagine non troppo tecnica e senza troppi dettagli oppure adattare da il Mondo della Fisica, tomo B, pag. 590 con le seguenti modifiche: capovolta orizzontalmente; con la lente palesemente fissata al supporto scorrevole e la scritta obiettivo; con l'aggiunta di un diaframma forato davanti alla lente e la scritta diaframma)

Figura 14. Il fascio luminoso proveniente da una lampada di forte intensità viene parallelizzato dal *condensatore*, attraversa la diapositiva e viene focalizzato sullo schermo dall'*obiettivo*.

(Adattare da Caforio, Fisica, vol. 2, pag. 156, eliminando lo specchio, lampada più piccola e più simile a una per proiettori, con raggi uscenti e spostata a sinistra, aggiungere una lente con la scritta condensatore fra la lampada e la diapositiva, dalla quale partono raggi paralleli verso la diapositiva, sostituire la scritta lente con obiettivo)

2.6 Gli strumenti per ingrandire gli oggetti vicini

Lo strumento ottico più semplice che fornisce immagini ingrandite di oggetti vicini è la **lente d'ingrandimento**: una lente convergente che, avvicinata all'oggetto, ne fornisce un'immagine virtuale, diritta e ingrandita. Più precisamente, come nella figura 15, l'oggetto deve trovarsi a una distanza dalle lente minore della distanza focale.

All'ingrandimento delle dimensioni dell'immagine, l'*ingrandimento lineare* (cioè il rapporto fra h_o e h_i in figura) che è dato dalla formula (11) dell'Unità 1, si accompagna un aumento dell'angolo sotto il quale vediamo l'immagine, cioè un *ingrandimento angolare*. Questo ci permettendoci di scorgere dettagli non osservabili altrimenti, perché visti sotto un angolo inferiore al potere risolutivo dell'occhio, cioè sotto un angolo $\alpha < \alpha_{\text{min}}$. L'ingrandimento angolare è dato dal

rapporto fra l'angolo α_i sotto il quale vediamo l'immagine attraverso la lente e l'angolo α_o sotto il quale vediamo l'oggetto senza la lente (\rightarrow figura 15):

$$(3) \quad I_\alpha = \alpha_i / \alpha_o$$

Quando osserviamo direttamente un oggetto molto piccolo, noi tendiamo naturalmente ad avvicinarlo agli occhi. Ma non più vicino del punto prossimo, altrimenti l'immagine ci appare confusa. In tal caso, chiamando d_p la distanza del punto prossimo, l'angolo sotto il quale vediamo un oggetto con dimensione trasversale h_o è $\alpha_o = \arctang(h_o/d_p) \approx h_o/d_p$ (avendo approssimato la tangente con il suo argomento, come è lecito per angoli piccoli). Usando una lente d'ingrandimento, l'angolo di vista dipende dalla distanza L fra l'immagine e i nostri occhi: $\alpha_i \approx h_i/L$, dove h_i è la dimensione trasversale dell'immagine. Quindi l'ingrandimento angolare è:

$$I = \frac{\alpha_i}{\alpha_o} = \frac{h_i}{h_o} \frac{d_p}{L}$$

dove il rapporto h_i/h_o , cioè l'ingrandimento lineare I , dipende dalla posizione p dell'oggetto e da quella q dell'immagine rispetto alla lente secondo la relazione $I = -q/p$, per cui

$$I_\alpha = (-q/p) (d_p/L).$$

Di solito l'oggetto si pone in prossimità del fuoco della lente (in effetti a distanza appena minore della focale) e quindi l'immagine si forma all'infinito, permettendoci così di osservarla senza fatica, con i muscoli ciliari rilassati. In questo caso si ha $p = f$, $L \approx -q = \infty$. Sostituendo nella precedente si ottiene allora:

$$(4) \quad I_\alpha = d_p/f$$

Cioè l'ingrandimento angolare è dato dal rapporto fra la distanza del punto prossimo e la distanza focale della lente. Non si ottengono, in pratica, ingrandimenti angolari superiori a qualche unità, che richiederebbero lenti con grande potere diottrico e conseguentemente forte curvatura, tale cioè da dar luogo ad aberrazioni. Per avere ingrandimenti maggiori occorre usare un microscopio.

Esempio 8. Calcoliamo l'ingrandimento angolare di una lente d'ingrandimento.

Vogliamo calcolare l'ingrandimento angolare di una lente convergente con distanza focale $f = 5$ cm. Tale grandezza è espressa dalla formula (4), dove compare la distanza del punto prossimo (d_p) che dipende in generale dalla persona. Nel caso di un occhio normale si ha $d_p = 15$ cm. L'ingrandimento angolare è dunque $I_\alpha = 0,15/0,05 = 3$.

Il microscopio

Immagine di buona qualità con forti ingrandimenti (tipicamente fra 10 e 1000) si ottengono con uno strumento dotato di due lenti, o di due sistemi di lenti, convergenti, come è appunto il caso del **microscopio**. L'oggetto da osservare viene posto vicino alla lente *obiettivo*, che ne crea un'immagine reale, capovolta e ingrandita, la quale viene vista attraverso la lente *oculare*, che la ingrandisce ulteriormente funzionando come una lente d'ingrandimento. L'immagine finale è dunque virtuale, capovolta e fortemente ingrandita.

Il cammino dei raggi luminosi è mostrato nella figura 16. L'oggetto (freccia rossa) si trova oltre il fuoco dell'obiettivo, una lente con piccola distanza focale f_{ob} , che ne forma l'immagine (freccia blu) fra il fuoco dell'oculare e l'oculare. Questa seconda lente, con distanza focale f_{oc} maggiore dell'altra, fornisce l'immagine finale (freccia verde) a grande distanza dall'occhio, consentendone perciò una visione confortevole. L'ingrandimento complessivo è il prodotto degli

ingrandimenti forniti dall'obiettivo e dall'oculare. Un buon microscopio può essere dotato di un oculare marcato 10× (che ingrandisce 10 volte) e un obiettivo 25×, fornendo perciò un ingrandimento di 250.

L'ingrandimento ottenibile dai microscopi ottici trova un limite nel fenomeno della diffrazione: è chiaro infatti che non si possono osservare dettagli con dimensioni inferiori alla lunghezza d'onda della luce. Ci occuperemo in seguito dei microscopi elettronici, nei quali la luce viene sostituita da fasci di elettroni, e di quelli a effetto tunnel, con i quali è possibile osservare i singoli atomi.

Per aumentare il potere risolutivo dei microscopi si potrebbe usare una "luce" di lunghezza d'onda più corta di quella della luce visibile. Per esempio raggi X, con lunghezze d'onda 100-1000 volte minori. Ma ciò non è possibile perché allo stato attuale non esistono lenti che funzionino per queste radiazioni

Collegamento con la storia 1. I fabbricanti di lenti olandesi e il microscopio.

Le innovazioni tecnologiche, oggi, sono praticamente sempre basate su conoscenze scientifiche piuttosto approfondite. Non era così nel passato, quando le invenzioni traevano origine dalle conoscenze empiriche di tecnici e artigiani. Così avvenne per il microscopio e il cannocchiale, due strumenti di cui ci occupiamo anche perché dal loro impiego derivarono nel corso del Seicento straordinari progressi nelle scienze fisiche come pure in quelle biologiche, grazie all'estensione della vista verso sia gli oggetti più piccoli che quelli più lontani.

Questi due strumenti nacquero grazie all'ingegnosità di fabbricanti di lenti olandesi, come Hans Jansen e suo figlio Zacharias, che non avevano certamente studiato l'ottica geometrica, una disciplina del resto a quel tempo soltanto nascente. Furono infatti gli Jansen, attorno al 1590, a osservare che ponendo due lenti agli estremi di un tubo si ottenevano immagini ingrandite degli oggetti, ciò che costituisce il principio sia del microscopio che del cannocchiale o telescopio. A un altro olandese, il naturalista Anton van Leeuwenhoek (1632-1723), si deve la costruzione di microscopi con ingrandimenti di oltre 200 volte che egli impiegò in una memorabile serie di osservazioni biologiche, fra cui quella della circolazione del sangue nei capillari, le quali condussero nel 1676 alla scoperta dei batteri. Negli stessi anni, lo scienziato inglese Robert Hooke (1635-1702) perfezionò anch'egli i microscopi e svolse un gran numero di osservazioni, fra cui la prima riguardante le cellule, più precisamente le pareti cellulari in un frammento di sughero, utilizzando per la prima volta il termine *cellula*, fondamentale in biologia.

Il lavoro di questi e di altri studiosi del tempo arricchì enormemente le conoscenze nelle scienze della natura e condusse in particolare prima alla nascita della *microbiologia* e poi al successo nella lotta contro le malattie infettive. E infatti il microscopio costituì a lungo lo strumento principe dei ricercatori in biologia e medicina.



Figura. In questo microscopio, costruito da Robert Hooke nel Seicento, sono già presenti alcune parti dei microscopi moderni: il meccanismo di messa a fuoco, il piatto portaoggetti e il sistema di illuminazione del campione in osservazione.

Figura 15. La *lente d'ingrandimento*, una semplice lente convergente, fornisce un'immagine virtuale, diritta e ingrandita di un oggetto posto fra la lente e il suo fuoco. All'ingrandimento lineare delle dimensioni dell'oggetto (h_i/h_o), si accompagna, più significativo, l'ingrandimento dell'angolo sotto il quale vediamo l'immagine, cioè l'*ingrandimento angolare* (α_i/α_o).
(aggiungere allo schizzo un occhio che guarda da destra)

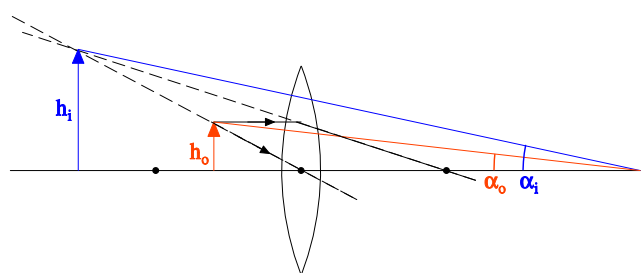


Figura 16. L'ottica essenziale di un microscopio è costituita da due lenti convergenti poste a distanza fissa fra loro: l'oculare e l'obiettivo. L'obiettivo forma l'immagine (freccia blu) dell'oggetto osservato (freccia rossa), che è reale, capovolta e ingrandita, e si viene a trovare fra l'oculare e il fuoco di questa lente. Questa immagine intermedia costituisce l'oggetto per l'oculare che ne forma a sua volta un'immagine (freccia verde) virtuale, diritta (rispetto all'immagine intermedia) e ingrandita.

Attraverso l'oculare si vede quindi un'immagine virtuale, capovolta e fortemente ingrandita. (aggiungere allo schizzo a destra degli estremi dei raggi blu un occhio che guarda)

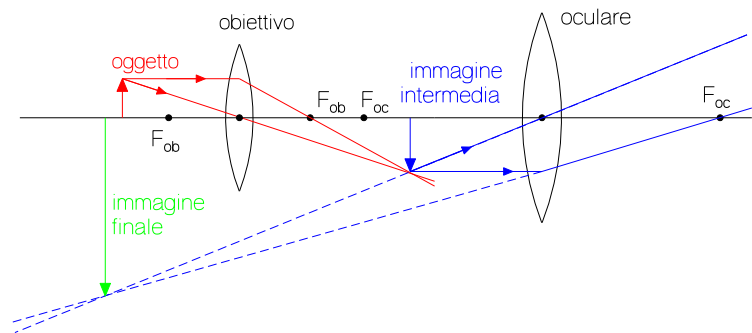


Figura 17. Molti microscopi dispongono di una serie di obiettivi intercambiabili, ciascuno dei quali fornisce un diverso ingrandimento. Una parte essenziale di questi strumenti è il sistema di illuminazione del campione da osservare.

(fotografia di un classico microscopio da laboratorio)

Figura 18. Guardando al microscopio una goccia d'acqua limpida prelevata da un lago o dal mare si scoprono realtà inaspettate, come la presenza di un gran numero di minuscoli organismi. La fotografia rappresenta microrganismi vegetali marini ripresi con ingrandimento di 140 volte.

(da Mancini-Pellizzoli, moduli di scienze, tomo C, pag. 221, o altra simile migliore)

2.7 Gli strumenti per vedere gli oggetti lontani

La funzione essenziale degli strumenti per vedere gli oggetti lontani è quella di ingrandirne l'immagine. Non certamente rispetto agli oggetti, che sono generalmente assai grandi o addirittura enormi, come nel caso dei corpi celesti, ma piuttosto rispetto a come li vediamo a occhio nudo, per così dire "avvicinando" gli oggetti all'osservatore. Detto diversamente, la funzione essenziale di questi strumenti è quella di fornire un buon ingrandimento angolare, sufficiente a osservare dettagli che altrimenti sarebbe impossibile scorgere. E questo vale sia per l'occhio umano che per le lastre fotografiche o i sensori d'immagine elettronici che gli astronomi oggi usano normalmente.

Lo strumento più classico di questo tipo è il **cannocchiale astronomico** o **telescopio a rifrazione**, che come il microscopio è dotato di due lenti (o di due sistemi di lenti) convergenti: un oculare e un obiettivo. Come mostra lo schema ottico in figura 19, l'obiettivo forma dell'oggetto (freccia rossa) una immagine reale e capovolta (freccia blu). Guardando attraverso l'oculare, che anche qui funziona come una lente d'ingrandimento, l'immagine intermedia viene vista diritta e ingrandita, e quindi si vede una immagine capovolta dell'oggetto. Questo capovolgimento ha poca importanza nelle osservazioni astronomiche, ma non certamente nelle osservazioni terrestri. E infatti i *cannocchiali terrestri* utilizzano lenti o prismi per raddrizzare l'immagine.

Qual è l'ingrandimento angolare di un telescopio? Per vedere oggetti lontani, la posizione più conveniente delle lenti è quella per cui i loro fuochi si vengono a sovrapporre nella regione intermedia fra esse, come indicato in figura 20. In tal caso infatti l'obiettivo forma l'immagine nel suo fuoco (ponendo nella formula dei punti coniugati $p \gg f$, si ottiene $q = f$) e allora, come si osserva in figura 20, vale la proporzione

$$f_{ob} \tan \alpha_o = f_{oc} \tan \alpha_i$$

Qui α_o , trascurando le lunghezze del telescopio rispetto alla distanza a cui si trova l'oggetto, è l'angolo sotto il quale si vede l'oggetto a occhio nudo, α_i è l'angolo di vista attraverso il telescopio, f_{ob} e f_{oc} sono le distanze focali delle due lenti, scelte in modo che sia $f_{ob} \gg f_{oc}$. Dato che gli angoli α_o e α_i sono molto piccoli, e quindi $\tan \alpha_o \approx \alpha_o$, $\tan \alpha_i \approx \alpha_i$, dalla relazione precedente si ricava la seguente espressione per l'ingrandimento angolare:

$$(5) \quad I_\alpha = \alpha_o / \alpha_i = f_{ob} / f_{oc}$$

Tale espressione mostra l'importanza di utilizzare un obiettivo con distanza focale molto lunga, sebbene ciò conduca a realizzare telescopi di dimensioni molto grandi. Come quello costruito a Parigi in occasione dell'Esposizione Universale del 1900, il cui tubo d'acciaio lungo 60 m alloggiava un obiettivo con focale di 57 m; che però venne presto smantellato perché, date le dimensioni, non era facilmente orientabile.

Esempio 9. Il telescopio dell'Osservatorio Yerkes.

Vogliamo calcolare l'ingrandimento angolare e la lunghezza del tubo del telescopio dell'Osservatorio Yerkes di Chicago, il cui obiettivo ha distanza focale di 19,5 m, l'oculare di 10 cm.

L'ingrandimento angolare del telescopio si ricava dalla formula (5): $I_\alpha = f_{ob}/f_{oc} = 19,5/0,1 = 195$. La lunghezza L del tubo, se i fuochi dell'obiettivo e dell'oculare devono sovrapporsi, deve essere maggiore della somma delle due distanze focali: $L > f_{ob} + f_{oc} = 19,5 + 0,1 = 19,6$ m.

Oltre all'ingrandimento, una caratteristica essenziale dei telescopi, soprattutto di quelli astronomici, è quella di raccogliere la maggior quantità possibile della luce proveniente dall'oggetto. Per questo occorre impiegare nell'obiettivo lenti di grande diametro, la cui costruzione e posa in opera pone però problemi difficilmente risolvibili, fra cui l'aberrazione cromatica (→ Unità 1, Approfondimento 5) e la distorsione della lente sotto il proprio peso. Un limite pratico è costituito da lenti del diametro di circa 1 metro, come quella usata nell'obiettivo (1,02 m) del telescopio Yerkes, il più grande telescopio a rifrazione esistente.

Per ottenere grandi luminosità conviene sostituire l'obiettivo con uno specchio concavo, realizzando così un **telescopio a riflessione**, come quello mostrato schematicamente nella figura 21. E' infatti possibile realizzare specchi parabolici di ottima qualità con dimensioni assai maggiori di quelli delle lenti. Uno specchio è assai più leggero di una lente, perché più sottile, e può essere sostenuto su tutta la sua superficie posteriore, a differenza di una lente. Attualmente i più grandi telescopi a riflessione, con specchi di 10 metri di diametro, sono i telescopi gemelli dell'osservatorio Keck, nelle isole Hawai, che costituiscono un gigantesco binocolo.

Collegamento con la storia 2. Galileo e l'esplorazione del cielo con il telescopio.

Per millenni l'uomo ha scrutato il cielo a occhio nudo. Arrivando sin dall'antichità a conoscenze straordinarie in relazione al mezzo impiegato, Ma l'osservazione moderna del cielo data all'inizio del Seicento, quando Galileo, avendo avuta notizia del primo cannocchiale inventato in Olanda, ne costruì lui stesso, perfezionando questo strumento, e ne fece impiego in una serie di osservazioni di eccezionale portata. E' così che Galileo scopre che il pianeta Giove possiede dei satelliti, osserva le rugosità della Luna e individua le macchie solari, pubblicando nel 1610 risultati e conclusioni nell'opera *Sidereus Nuncius*.

La pubblicazione del *Sidereus Nuncius* destò grande attenzione fra gli scienziati del tempo, che proprio da allora iniziarono a osservare il cielo usando dei cannocchiali. Ma destò anche grande scalpore fra i seguaci ortodossi delle vecchie concezioni. Conducendo negli anni successivi addirittura all'accusa di eresia e alla condanna da parte della Chiesa Cattolica che costrinse Galileo all'abiura. Questa condanna venne revocata soltanto assai di recente, nel 1998.

L'importanza delle scoperte di Galileo sta nel fatto che esse portarono a una nuova visione del cosmo, costituito da corpi materiali simili a quelli terrestri. In netto contrasto con la concezione tradizionale allora dominante, per cui i corpi celesti erano dotati di forme geometriche perfette e possedevano una loro natura particolare.

La nuova visione dell'universo era così rivoluzionaria che alcuni studiosi si rifiutarono addirittura di guardare nel cannocchiale per non vedere ciò che contrastava con le loro credenze: che i corpi celesti non erano sfere ideali

Così scrive Galileo a proposito della Luna, nel *Sidereus Nuncius*:
... da osservazioni più volte ripetute, siamo giunti alla convinzione che la superficie della Luna non è affatto liscia, uniforme ed esattamente sferica, come di essa e degli altri corpi celesti una vasta schiera di filosofi ha ritenuto, ma al contrario, diseguale, scabra, ricca di cavità e di sporgenze, non altrimenti che la faccia della stessa Terra ...

perfette, che la Luna possedeva delle montagne e che sulla superficie del Sole vi erano delle macchie. Altri, per gli stessi motivi, accusarono Galileo di inganno, dando luogo ad aspre polemiche.

Figura A. Immagini della Luna disegnate da Galileo, riprodotte dall'opera *Nuncius Sidereus*. Galileo calcolò l'altezza delle montagne lunari, misurandone le ombre prodotte dalla luce solare, trovando che erano più alte di quelle terrestri. (Figura, anche solo parziale, come in Amaldi, *Fisica*, vol. 2, pag. 326)

Approfondimento 1. Il telescopio spaziale Hubble.

Le osservazioni astronomiche trovano un limite nella luce diffusa e nelle fluttuazioni dell'atmosfera. Per questo gli osservatori vengono situati a grande distanza dai centri abitati e alle quote più alte, che la luce proveniente dalle stelle raggiunge attraversando strati meno densi. I telescopi dell'osservatorio Keck, per esempio si trovano a 4145 m di quota.

Ma per risolvere alla radice questi problemi non resta che porre il telescopio fuori dell'atmosfera terrestre. Il telescopio spaziale Hubble, che orbita attorno alla Terra a 600 km di altezza, sebbene dotato di uno specchio di 2,4 m, meno esteso di quello dei maggiori telescopi terrestri, ha condotto a risultati importantissimi per l'astronomia e la cosmologia, grazie al fatto che si trova fuori dell'atmosfera. Menzioniamo soltanto le prime osservazioni di pianeti extrasolari e la straordinaria e impreveduta scoperta che l'espansione dell'universo sta accelerando.

Le prime immagini ricevute da Hubble, subito dopo il suo lancio nel 1990, furono però una delusione: erano sfocate e distorte. La causa venne individuata nel fatto che la ditta costruttrice dello specchio primario aveva dimenticato che il telescopio avrebbe lavorato nel vuoto e non nell'aria: a creare il problema era stata sufficiente la piccolissima differenza fra l'indice di rifrazione dell'aria e quello del vuoto (che è unitario), di appena tre parti su centomila!

L'installazione di un sistema ottico correttivo richiese l'intervento di astronauti in passeggiata spaziale dalla navetta Shuttle, che a ciò provvedettero nel 1993. Questa non fu però l'unica missione umana al telescopio Hubble: altri interventi negli anni successivi furono attuati eseguendo riparazioni, eseguendo modifiche e installando nuovi strumenti. Non si prevede che Hubble possa continuare a funzionare ancora per molti anni, sicché sarà sostituito da un altro telescopio spaziale attualmente in corso di sviluppo il cui lancio è previsto nel prossimo decennio. Questo nuovo strumento, chiamato James Webb Space Telescope sarà posto a una distanza dalla Terra assai maggiore, circa 1,5 milioni di chilometri, sarà dotato di specchi più grandi e sarà corredato di strumenti per osservare anche la radiazione infrarossa.

Figura 19. Schema ottico di un telescopio a rifrazione. L'obiettivo forma un'immagine reale, capovolta e rimpicciolita (freccia blu) dell'oggetto lontano (freccia rossa). Questa immagine intermedia costituisce l'oggetto per l'oculare, che ne forma un'immagine virtuale e ingrandita (freccia verde), che è diritta rispetto all'immagine intermedia e quindi capovolta rispetto all'oggetto. (aggiungere a destra dello schizzo un occhio che guarda)

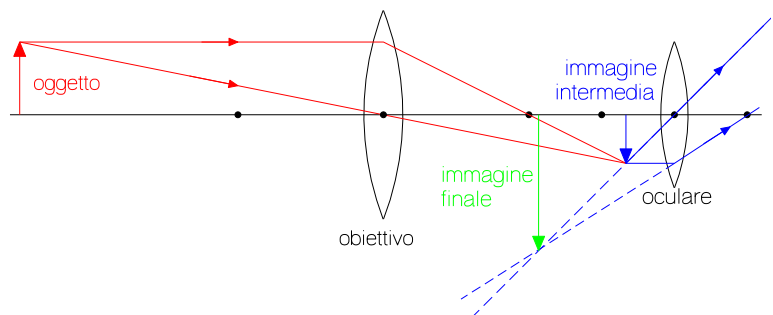


Figura 20. Regolando la distanza fra l'obiettivo e l'oculare nel tubo del telescopio, si portano i loro fuochi a sovrapporsi. In tal caso l'ingrandimento angolare dello strumento (α'/α) è dato dal rapporto fra le distanze focali dell'obiettivo e dell'oculare (f_{ob}/f_{oc}), che viene scelto di valore elevato. (aggiungere a destra dello schizzo un occhio che guarda)

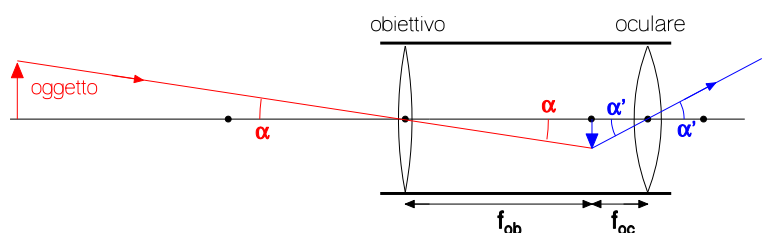


Figura 21. Esistono vari schemi ottici per realizzare un telescopio a riflessione. Nella figura è schematizzato il cosiddetto *telescopio newtoniano*, che è uno dei più diffusi. Parte essenziale dello strumento è il grande specchio concavo parabolico (*specchio primario*), che raccoglie la debole luce di una stella concentrandola nel suo fuoco, dove è posto un piccolo specchio (*specchio secondario*) che la riflette lateralmente verso l'oculare. L'osservazione è normalmente affidata a un sensore d'immagine elettronico CCD (→ La fisica della tecnologia 2.), che sostituisce le lastre fotografiche usate in passato.

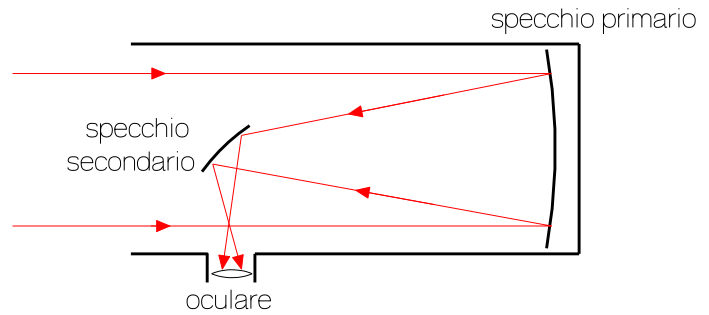


Figura 22. I due telescopi gemelli dell'osservatorio Keck sono situati a 4145 m di altezza sul vulcano Mauna Kea nelle isole Hawaii. Gli specchi primari sono costituiti da 36 sezioni esagonali (diametro 1,8 m e massa 400 kg) disposte a nido d'ape, la posizione di ciascuna delle quali è controllata continuamente mediante calcolatore.



Test di verifica

- 1) Ponendo a contatto due lenti sottili uguali si ottiene una distanza focale di 20 cm. Si conclude che il potere diottrico di ciascuna di esse è
O 40 cm O 2,5 diottrie O 5 diottrie
- 2) Sottolineate gli errori che individuate nelle frasi seguenti.
Alcuni strumenti ottici, come i proiettori cinematografici o i **binocoli**, sono utilizzati per proiettare immagini **virtuali** su uno schermo. Immagini **reali** di oggetti altrimenti fuori della portata della nostra visione si ottengono guardando attraverso altri strumenti, come il microscopio o il cannocchiale.
- 3) Due lenti sottili, una convergente con potere diottrico di 5 diottrie e l'altra divergente con potere diottrico di -3 diottrie, vengono poste a 10 cm di distanza con l'asse ottico in comune. La distanza focale del complesso delle due lenti è
O 0,5 m O -0,5 m O altro
- 4) Ponendo a contatto due lenti sottili, una con distanza focale di 10 cm e un'altra di caratteristiche incognite, si ottiene un potere diottrico di 5 diottrie. Concludiamo che la distanza focale della seconda lente è:
O -0,2 m O 0,2 m O 0,167 m
- 5) Vero o falso? V F
Tutte le funzioni essenziali della visione sono svolte dall'occhio O O
La lente dell'occhio più potente è il cristallino O O
Le immagini che si formano sulla retina sono reali, diritte e rimpicciolite O O
La funzione dell'occhio è quella di proiettare immagini sulla retina O O
La cornea è una lente "variabile" grazie all'azione dei muscoli ciliari O O
I mezzi che la luce attraversa nell'occhio si comportano come una lente divergente O O
- 6) Le parti dell'occhio che provvedono a focalizzare le immagini sono
O la pupilla e il cristallino O la cornea e la retina O la cornea e il cristallino
- 7) Quando guardiamo un oggetto da vicino, i nostri muscoli ciliari
O devono contrarsi fortemente O si rilassano O restano inattivi
- 8) Per accomodamento dell'occhio s'intende la sua capacità di
O funzionare quando la luce è sia molto intensa che molto debole
O focalizzare sulla retina sia gli oggetti lontani che quelli vicini
O consentirci di vedere una gamma estesissima di colori diversi
- 9) Il funzionamento del cinematografo sfrutta il fenomeno
O della diversa sensibilità dell'occhio alle diverse lunghezze d'onda della luce
O dell'accomodamento dell'occhio
O della persistenza delle immagini nell'occhio
- 10) Le illusioni ottiche
O sono dovute all'elaborazione delle immagini che si formano sulla retina svolta dal cervello
O rappresentano la realtà degli oggetti osservati dall'occhio
O sono create da difetti dell'occhio

11) Sottolineate e correggete gli errori che individuate nelle frasi seguenti.

Le cellule sensibili alla luce sono distribuite sulla **cornea (rètina)**: le più numerose (circa 10^5 (10^8)) sono i **coni (bastoncelli)**, molto sensibili alla luce ma privi della capacità di distinguerne i colori, le meno numerose sono i **bastoncelli (coni)**, di cui esistono **quattro (tre)** tipi, ciascuno sensibile a un diverso colore. Una conseguenza è che noi distinguiamo male i colori quando la luce è troppo **intensa (debole)**.

12) Il potere risolutivo di un occhio normale permette di vedere distinti due punti che distano 1 m fra loro quando si trovano a non oltre

30 km 10 km 3 km
di distanza dall'osservatore.

13) Un ambiente è illuminato da una lampada che emette luce variabile nel tempo con la frequenza di 100 Hz. Il nostro occhio avverte queste variazioni?

sì no solo debolmente

14) Il numero di elementi d'immagine distinti sulla rètina è dell'ordine di

1 megapixel 10 megapixel 100 megapixel

15) Vero o falso?

Il daltonismo si può correggere usando occhiali colorati	<input type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
La presbiopia è un difetto frequente nelle persone anziane	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
La correzione dell'astigmatismo richiede l'impiego di lenti bifocali	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F
L'ipermetropia provoca un allontanamento del punto prossimo	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F

16) Si impiegano lenti di tipo divergente per correggere

la miopia l'ipermetropia l'astigmatismo

17) Quando il bulbo oculare è più corto del normale, diventa confusa la visione degli oggetti

lontani colorati vicini

18) La miopia si manifesta

nella perdita del potere di accomodamento
 nell'allontanamento del punto di visione distinta
 nell'avvicinamento del punto remoto

19) Le lenti bifocali sono costituite

da due lenti, a contatto fra loro, aventi distanze focali diverse
 da una lente che ha distanze focali diverse nel piano orizzontale e in quello verticale
 da una lente che ha distanze focali diverse nella sua parte superiore e in quella inferiore

20) Lo schiacciamento del globo oculare, che allontana la rètina dal cristallino, si manifesta nel difetto della vista chiamato

ipermetropia miopia astigmatismo

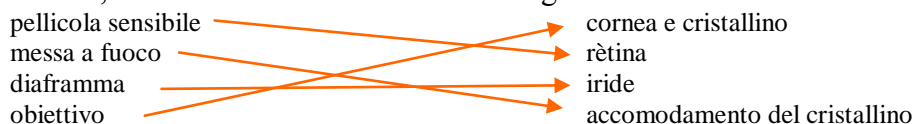
21) Per correggere l'astigmatismo si usano lenti

cilindriche bifocali convergenti

22) La macchina fotografica forma sulla pellicola sensibile una immagine

reale e diritta reale e capovolta virtuale e diritta

23) Collegare con delle frecce le funzioni corrispondenti, o le parti che svolgono funzioni corrispondenti, nell'occhio e nella macchina fotografica



24) Una macchina fotografica dotata di un obiettivo con distanza focale di 50 mm forma sulla pellicola immagini nitide di oggetti che si trovano a 2 metri di distanza. Si conclude che la distanza fra la lente e la pellicola è:

- 50 mm 51,3 mm 48,7 mm

25) Le dimensioni della foto di un ciclista che si trova a 100 m da una macchina fotografica con un obiettivo avente distanza focale di 200 mm sono

- minori di circa uguali a maggiori di
 quelle della foto dello stesso ciclista ripreso a 25 m dalla stessa macchina con un obiettivo
 avente distanza focale di 50 mm.

26) L'ingrandimento angolare di una lente d'ingrandimento è

- direttamente proporzionale alla inversamente proporzionale alla indipendente dalla
 sua lunghezza focale

27) La lente d'ingrandimento fornisce un'immagine

- virtuale e capovolta reale e diritta virtuale e diritta
 dell'oggetto osservato

28) Guardando attraverso una stessa lente d'ingrandimento, una persona giovane trova che l'ingrandimento angolare è

- maggiore di praticamente uguale a minore di
 quello che risulta a una persona anziana

29) Il massimo ingrandimento di un microscopio trova un limite

- nel fenomeno della diffrazione
 nel fenomeno dell'interferenza
 nel potere risolutivo dell'occhio

30) L'ingrandimento fornito da un microscopio è dato

- dalla somma degli dalla differenza fra gli dal prodotto degli
 ingrandimenti forniti dall'oculare e dall'obiettivo.

31) Sostituiamo l'oculare di un microscopio con uno avente distanza focale doppia. In tal caso l'ingrandimento del microscopio

- si raddoppia resta uguale si dimezza

32) Usando un microscopio con forte ingrandimento per vedere i dettagli di un oggetto conviene illuminarlo con luce

- rossa gialla blu

33) Vero o falso?

- Un telescopio astronomico fornisce immagini reali, capovolte e ingrandite V F
- Un microscopio fornisce immagini reali, diritte e ingrandite V F
- La caratteristica essenziale dei telescopi è l'ingrandimento lineare V F
- E' più facile costruire specchi che lenti di grandi dimensioni V F

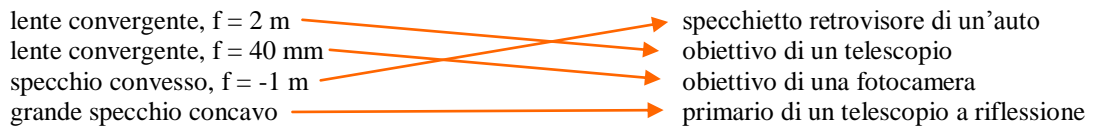
34) Avete a disposizione quattro di lenti con potere diottrico rispettivamente di 2, 5, 10 e 20 diottrie. Per costruire un telescopio conviene usare le due lenti da
 2 e 5 10 e 20 2 e 20 diottrie

35) La lunghezza focale dell'obiettivo di un telescopio a rifrazione deve essere
 molto maggiore di circa uguale a molto minore di quella dell'oculare

36) Un telescopio impiega un obiettivo da 5 diottrie e un oculare da 25 diottrie. Il tubo dello strumento deve pertanto essere lungo almeno
 30 cm 24 cm 36 cm

37) I più potenti telescopi usati nelle osservazioni astronomiche sono del tipo a
 diffrazione riflessione rifrazione

38) Collegare con delle frecce i dispositivi ottici, elencati a sinistra, agli impieghi elencati a destra per cui essi sono più adatti

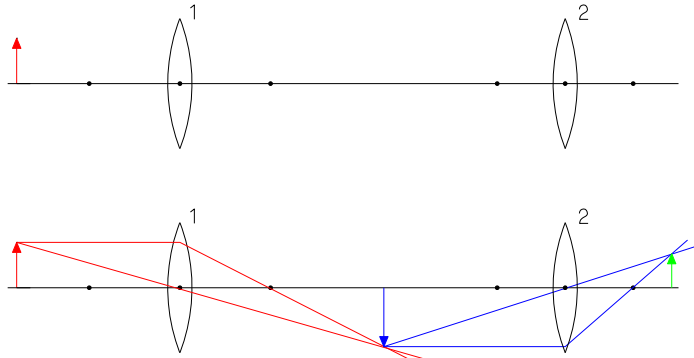


Problemi e quesiti

1. Costruite graficamente l'immagine della freccia rossa a sinistra fornita dal sistema di due lenti in figura. Stabilite se l'immagine è reale o virtuale, diritta o capovolta, ingrandita o rimpicciolita.

(nel testo riportare solo la parte superiore dello schizzo, la parte inferiore va nella Guida)

Risoluzione. Per risolvere il problema si deve per prima cosa ricavare l'immagine dell'oggetto fornito dalla lente 1. Questa costituisce l'oggetto per la lente 2, che fornisce l'immagine finale. In entrambi i casi si utilizza il metodo dei raggi principali. L'immagine fornita dalla lente 1 (freccia blu in figura) si ricava individuando l'immagine della punta della freccia oggetto. Questa si trova nell'intersezione di due raggi tracciati a partire dalla punta della freccia oggetto: uno passante per il centro ottico della lente, l'altro parallelo all'asse ottico e poi rifratto a passare per il fuoco della lente. Procedendo analogamente si ricava l'immagine fornita dalla lente 2. Questa è reale, diritta e rimpicciolita.



2. Calcolate analiticamente la posizione e le altre caratteristiche dell'immagine della freccia rossa fornita dal sistema di due lenti nella figura del Quesito 1, sapendo che l'oggetto dista 72 cm dalla lente 1, che le due lenti distano fra loro 1,7 m e che le loro distanze focali sono: $f_1 = 40$ cm, $f_2 = 30$ cm. Stabilite se l'immagine è reale o virtuale, diritta o capovolta, ingrandita o rimpicciolita.

Risoluzione. La posizione dell'immagine fornita dalla lente 1 si ricava dalla formula dei punti coniugati: $q_1 = 1/(1/f_1 - 1/p_1) = 1/(1/0,4 - 1/0,72) = 0,9$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine reale, formata al di là della lente rispetto all'oggetto. L'ingrandimento è: $I_1 = -q_1/p_1 = -0,9/0,72 = -1,25$, dove il segno negativo indica che si tratta di un'immagine capovolta. Dato che la distanza fra le due lenti è 1,7 m, la distanza di questa immagine dalla lente 2 è $p_2 = 1,7 - 0,9 = 0,8$ m. La posizione dell'immagine fornita dalla lente 2 si ricava ancora dalla formula dei punti coniugati: $q_2 = 1/(1/f_2 - 1/p_2) = 1/(1/0,3 - 1/0,8) = 0,48$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine reale, formata al di là della lente 2 rispetto all'oggetto. L'ingrandimento fornito dalla lente 2 è: $I_2 = -q_2/p_2 = -0,48/0,8 = -0,6$, dove il segno negativo indica che si tratta di un'immagine capovolta. L'ingrandimento complessivo è dunque: $I = I_1 I_2 = (-1,25)(-0,6) = 0,75$, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine diritta rispetto all'oggetto iniziale, in accordo con il fatto che essa è stata capovolta due volte. L'immagine fornita dal sistema delle due lenti è dunque reale, diritta e rimpicciolita.

3. Due lenti sottili uguali, poste a contatto, formano a 1 m di distanza l'immagine di un oggetto che si trova a 1 m di distanza da esse, dall'altra parte. Calcolate il potere diottrico di ciascuna delle due lenti.

Risoluzione. La distanza focale del sistema si ricava dalla formula dei punti coniugati; $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1 + 1) = 0,5$. Il potere diottrico corrispondente è $D = 2$ diottrie. Dalla formula (1) si conclude che le due lenti sono da 1 diottria.

4. Ponendo a contatto due lenti sottili, una delle quali ha potere diottrico doppio dell'altra, si ottiene una distanza focale di 16,7 cm. Calcolate le distanze focali delle due lenti.

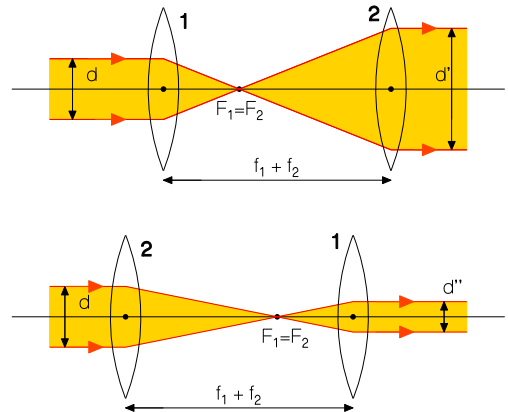
Risoluzione. Il potere diottrico del sistema è $D = 1/f = 1/0,167 = 6$ diottrie. Dato che $D_1 = 2D_2$ e che dalla formula (1) si ha $D = D_1 + D_2 = 6$ diottrie, risolvendo il sistema si ottiene: $D_1 = 4$ diottrie e $D_2 = 2$ diottrie. Si ha pertanto $f_1 = 1/D_1 = 1/4 = 0,25$ m e $f_2 = 1/D_2 = 1/2 = 0,5$ m.

5. Avete a disposizione due lenti con distanza focale f_1 e $f_2 = 2f_1$. Queste vanno impiegate per aumentare o diminuire di un fattore 2 il diametro di un fascio di raggi luminosi paralleli fra loro. Disegnate gli schemi ottici nei quali utilizzereste le lenti nei due casi proposti.

(i grafici vanno nella Guida)

Risoluzione. Un fascio di raggi paralleli all'asse ottico di una lente convergente viene da questa fatto convergere nel suo fuoco; un fascio di raggi divergenti proveniente da una sorgente nel fuoco di una lente convergente viene da questa trasformato in un fascio di raggi paralleli. Disponiamo pertanto le due lenti con asse ottico comune, a distanza pari alla

somma delle distanze focali, in modo che i loro fuochi si sovrappongano. Per ottenere un fascio uscente di diametro doppio di quello incidente disporremo prima la lente 1, con focale breve, e poi la lente 2 con focale lunga; faremo l'opposto per ottenere un fascio di diametro metà.



6. Un sistema di due lenti convergenti, che distano fra loro 1,70 m viene disposto con l'asse ottico parallelo ai raggi del Sole. La prima lente ha distanza focale di 50 cm, la seconda di 60 cm. Stabilite dove va posto uno schermo su cui raccogliere una chiara immagine del Sole.

Risoluzione. Dato che l'oggetto si trova all'infinito, la posizione dell'immagine del Sole fornita dalla prima lente si trova nel suo fuoco, cioè a 0,5 m oltre la lente e a distanza $p = 1,70 - 0,5 = 1,2$ m dalla seconda. La posizione dell'immagine fornita dalla seconda lente si ottiene applicando la formula dei punti coniugati: $q = 1/(1/f - 1/p) = 1/(1/0,6 - 1/1,2) = 1,2$ m, dove il segno positivo indica che si tratta di un'immagine reale, formata al di là della seconda lente. Lo schermo va disposto pertanto a 1,2 m dalla seconda lente.

7. Col passare degli anni il punto prossimo dell'occhio di una persona si sposta da 20 cm a 1 m. Calcolate la corrispondente variazione del potere diottrico dell'occhio supponendo che la sua lunghezza sia di 21 mm.

Risoluzione. La distanza focale dell'occhio si ricava nei due casi utilizzando la formula dei punti coniugati, assumendo in entrambi $q = 21$ mm. Al punto prossimo $p_1 = 20$ cm corrisponde la distanza focale $f_1 = 1/(1/p_1 + 1/q) = 1/(1/0,2 + 1/0,021) = 0,0190$ m e quindi un potere diottrico $D_1 = 1/f_1 = 1/0,0190 = 52,6$ diottrie. Al punto prossimo $p_2 = 1$ m corrisponde la distanza focale $f_2 = 1/(1/p_2 + 1/q) = 1/(1 + 1/0,021) = 0,0206$ m e quindi un potere diottrico di $1/0,0206 = 48,5$ diottrie. Il potere diottrico dell'occhio si è dunque ridotto di $52,6 - 48,5 = 4,1$ diottrie.

8. Spiegate brevemente cosa s'intende per potere di accomodamento dell'occhio e come viene realizzata la funzione di accomodamento.

Risoluzione. Il potere di accomodamento dell'occhio è la capacità di formare sulla retina immagini distinte degli oggetti sia lontani che vicini. Ciò avviene grazie alle variazioni della curvatura, e quindi del potere diottrico, del cristallino, sotto l'azione dei muscoli ciliari.

9. Calcolate la distanza a cui debbono trovarsi due oggetti a terra perché un osservatore che si trova su un aereo a 6 km di altezza possa distinguerli.

Risoluzione. Ammettendo che l'occhio dell'osservatore abbia acuità visiva normale, cioè veda sotto un angolo minimo di 3×10^{-4} rad, quando egli si trova a 6 km di altezza a tale angolo corrisponde una distanza di $6000 \tan(3 \cdot 10^{-4}) \approx 6000 \times 3 \cdot 10^{-4} = 1,8$ m, dove abbiamo approssimato la tangente con il suo argomento grazie alla piccolezza di questo.

10. Calcolate a) la distanza a cui dovrebbe trovarsi la Luna (il cui diametro è 3500 km) per apparire puntiforme a un occhio dotato di acuità visiva normale, b) la perdita di acuità visiva perché la Luna (che dista dalla Terra 384.000 km) appaia puntiforme.

Risoluzione. a) La distanza d a cui la Luna dovrebbe trovarsi per apparire puntiforme a un occhio con acuità visiva normale si ottiene quando l'angolo sotto il quale si vede il suo diametro D è uguale all'angolo minimo $\alpha_{\min} = 3 \cdot 10^{-4}$ rad. Cioè: $D = d \tan \alpha_{\min}$, da cui $d = D/\tan \alpha_{\min} \approx D/\alpha_{\min} = 3,5 \cdot 10^6 / 3 \cdot 10^{-4} = 1,17 \cdot 10^{10}$ m. Cioè la Luna dovrebbe essere $1,17 \cdot 10^{10} / 3,84 \cdot 10^8 = 30,5$ volte più lontana. b) L'angolo sotto il quale vediamo effettivamente la Luna, laddove essa si trova, è $\arctan(3,5 \cdot 10^6 / 3,84 \cdot 10^8) \approx 3,5 \cdot 10^6 / 3,84 \cdot 10^8 = 9,11 \cdot 10^{-3}$ rad. Questo è $(9,11 \cdot 10^{-3} / 3 \cdot 10^{-4}) = 30,3$ volte maggiore dell'angolo minimo, sicché appunto questo è il fattore di perdita di acuità visiva necessario perché la Luna ci appaia puntiforme.

11. Sappiamo che la pupilla si allarga in presenza di forte illuminamento e si restringe nel caso opposto. Eppure nelle fotografie scattate con il flash in ambienti poco illuminati le pupille delle persone appaiono generalmente dilatate. Come interpretate questa osservazione?

Risoluzione. La durata del forte illuminamento prodotto dal flash è molto breve, una piccola frazione di secondo. Bisogna dunque ammettere che il meccanismo muscolare che aziona l'iride agisca con ritardo rispetto alle variazioni di

illuminamento e quindi le pupille delle persone che si trovano nell'ambiente poco illuminato restino dilatate nell'intervallo di tempo in cui agisce il flash. Ciò è in accordo con il fatto, ben noto, che in presenza di una forte riduzione dell'illuminamento occorre un tempo apprezzabile prima che la pupilla si dilati e la vista acquisti sensibilità.

12. Eseguite la prova suggerita nella figura 9 e interpretatela.

Risoluzione. Quando si fissa l'occhio sulla figura, le cellule sensibili della parte della retina su cui si proietta la stella bianca subiscono un'eccitazione assai maggiore della altre. Adattandosi a questa condizione, esse perdono sensibilità, mentre le altre ne acquistano. Quando l'occhio si sposta su un foglio bianco, tutte le cellule sono illuminate allo stesso modo, ma quelle che avevano perso sensibilità rispondono solo debolmente, fornendo pertanto un'immagine nera della stella.

13. Un testimone di una rapina notturna svoltasi una strada assai poco illuminata afferma di aver individuato con sicurezza il colore dell'auto su cui i malviventi si sono allontanati.

Esprimete il vostro parere su questa testimonianza.

Risoluzione. I coni non sono sufficientemente sensibili in presenza di basso illuminamento, sicché in queste condizioni la visione è affidata ai bastoncelli, che sono molto sensibili, ma non distinguono i colori. Quindi l'affermazione del testimone è assai dubbia.

14. Il punto remoto di una persona miope si trova a 2 metri anziché all'infinito. Che lenti a contatto gli prescrivereste?

Risoluzione. Dato che il potere diottrico dell'occhio è insufficiente, occorre usare delle lenti convergenti. Queste lenti dovranno formare a 2 m di distanza la δ . Ponendo $p = \infty$ e $q = 0,8$ m, dalla formula dei punti coniugati si ricava la distanza focale delle lenti correttive $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(0 + 1/0,8) = 0,8$ m, a cui corrisponde il potere diottrico $D = 1/f = 1/0,8 = 1,25$ diottrie.

15. Il punto remoto di una persona miope si è avvicinato da 2 a 1,5 metri. Stabilite se occorre effettivamente cambiare le lenti a contatto della persona.

Risoluzione. Le lenti a contatto in uso, che correggono il difetto di vista iniziale, hanno distanza focale, calcolata ponendo nella formula dei punti coniugati $p = \infty$ e $q_1 = 2$ m, $f_1 = 1/(1/p + 1/q) = 1/(0 + 1/2) = 2$ m, a cui corrisponde il potere diottrico $D = 1/f = 1/2 = 0,5$ diottrie. Le nuove lenti dovrebbero avere distanza focale, calcolata ponendo nella formula dei punti coniugati $p = \infty$ e $q_1 = 1,5$ m, $f_1 = 1/(1/p + 1/q) = 1/(0 + 1/1,5) = 1,5$ m, a cui corrisponde il potere diottrico $D = 1/f = 1/1,5 = 0,67$ diottrie. La differenza è molto piccola e quindi la sostituzione delle lenti non è opportuna.

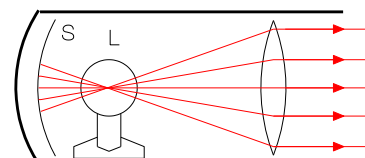
16. Il punto prossimo di una persona ipermetrope si trova a 1,25 m. Calcolate il potere diottrico delle lenti da occhiali, a 2 cm dagli occhi, che consentono alla persona la lettura di un libro posto a 25 cm di distanza dagli occhi.

Risoluzione. Le lenti correttive devono formare a 1,25 m l'immagine del giornale che si trova a 25 cm dagli occhi. Ponendo $p = 0,25$ m e $q = -1,25$ m, dove il segno negativo indica che l'immagine si deve formare dalla stessa parte dell'oggetto rispetto alle lenti, la lunghezza focale delle lenti si ricava dalla formula dei punti coniugati: $f = 1/(1/p + 1/q) = 1/(1/0,25 - 1/1,25) = 0,32$ m, a cui corrisponde $D = 1/f = 1/0,32 = 3,1$ diottrie, dove il segno positivo indica che si tratta di lenti convergenti.

17. Calcolate la distanza focale dell'obiettivo di una macchina fotografica che riprende immagini all'infinito, sapendo che la pellicola si trova a 3 cm dall'obiettivo. Calcolate di quanto va spostato l'obiettivo per avere una buona focalizzazione di oggetti a 1 m dalla macchina.

Risoluzione. La lunghezza focale dell'obiettivo si ricava dalla formula dei punti coniugati ponendo $p = \infty$ e $q = 0,03$ m: $f = 0,03$ m. Questo l'oggetto si trova alla distanza $p' = 1$ m dalla lente, l'immagine si forma alla distanza: $q' = 1/(1/f - 1/p) = 1/(1/0,03 - 1) = 0,0309$ m. E quindi in tal caso l'obiettivo va avvicinato alla pellicola di $0,0309 - 0,03 = 0,0009$ m = 0,9 mm.

18. La figura rappresenta una sorgente di raggi luminosi paralleli. Individuate e spiegate brevemente le funzioni dello specchio S e della lente, e stabilite la posizione dove deve trovarsi il filamento della lampada rispetto allo specchio e alla lente.



Risoluzione. Lo specchio serve a utilizzare anche i raggi emessi dalla lampada nella direzione opposta a quella della lente, riflettendoli in avanti verso il suo centro. Qui deve trovarsi il filamento. La lente convergente serve a trasformare i raggi divergenti provenienti dalla lampada in un fascio di raggi paralleli. Pertanto il filamento dovrà trovarsi nel centro dello specchio e nel fuoco della lampada.

19. Un proiettore, il cui obiettivo ha lunghezza focale è $f = 125 \text{ mm}$, focalizza su uno schermo posto a 2 m di distanza le immagini di diapositive con dimensioni $5 \text{ per } 5 \text{ cm}$. Calcolate le dimensioni dell'immagine sullo schermo. Cosa si può fare per ottenere un'immagine più grande (allontanare lo schermo o cos'altro)?

Risoluzione. Conoscendo $q = 2 \text{ m}$ ed $f = 0,125 \text{ m}$, dalla formula dei punti coniugati ricaviamo la posizione delle diapositive rispetto all'obiettivo: $p = 1/(1/f - 1/q) = 1/(1/0,125 - 1/2) = 0,133 \text{ m}$. L'ingrandimento lineare è dunque $I = -q/p = -2/0,133 = -15$, dove il segno meno indica che l'immagine è capovolta. Le dimensioni dell'immagine sono pertanto di $75 \text{ per } 75 \text{ cm}$. Per ottenere un'immagine più grande non è sufficiente allontanare semplicemente lo schermo, sul quale si otterrebbe un'immagine sfocata. Occorre certamente allontanarlo, ma nel contempo anche ridurre la distanza fra la diapositiva e l'obiettivo. Portando tale distanza, per esempio, a $p' = 13 \text{ cm}$, si ottiene $q' = 3,25 \text{ m}$ con ingrandimento $I' = -25$ e quindi dimensioni dell'immagine di $125 \text{ per } 125 \text{ cm}$.

20. Una macchina fotografica digitale con risoluzione di 1 megapixel (\rightarrow La Fisica della tecnologia 2.) fornisce un'immagine quadrata con lato di 20 mm . Calcolate il massimo ingrandimento dell'immagine perché, vista a 30 cm di distanza dagli occhi, non si avverta che essa è costituita da un insieme di quadratini distinti.

Risoluzione. In una immagine posta a 30 cm dagli occhi la distanza minima fra due punti che appaiono distinti è $d = 0,3 \text{ tang } 3 \cdot 10^{-4} \approx 0,0001 \text{ m} = 0,1 \text{ mm}$. La distanza fra due pixel adiacenti dell'immagine digitale con lato di 20 mm è $20 \text{ mm}/\sqrt{10^6} = 0,02 \text{ mm}$. Pertanto l'immagine non può essere ingrandita più di 5 volte.

21. Una società produttrice di circuiti integrati annuncia la realizzazione di un nuovo DMD (\rightarrow La Fisica della tecnologia 3.) ultraminiaturizzato, nel quale ciascun microspecchio ha il lato di $0,15 \mu\text{m}$. Esprimete il vostro parere al riguardo.

Risoluzione. Un quadrato con lato di $0,15 \mu\text{m}$ è un pessimo specchio per la luce visibile, la cui lunghezza d'onda è maggiore di questa dimensione, sicché diventano dominanti gli effetti di diffrazione rispetto alla riflessione.

22. Calcolate il potere diottrico che dovrebbe avere una lente d'ingrandimento per fornire un ingrandimento angolare di 10 con un occhio normale rilassato.

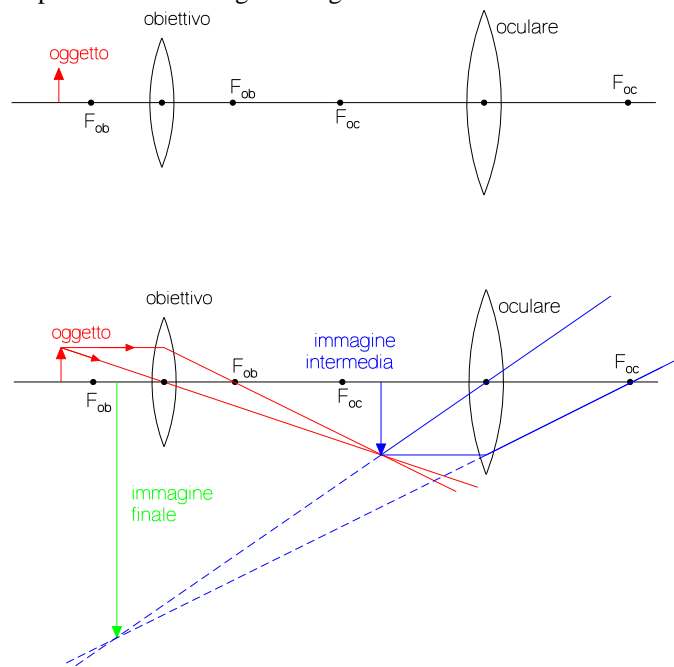
La distanza di visione distinta è tipicamente di 25 cm per un occhio normale rilassato. Per ottenere un ingrandimento angolare di 10 occorrerebbe, applicando la formula (4), una lente con distanza focale $f = 0,25/10 = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$. Cioè una lente da 40 diottrie, con curvatura molto forte, che produrrebbe immagini con grandi aberrazioni.

23. Ricavate graficamente l'immagine della freccia rossa fornita dalle due lenti in figura e determinate se è reale o virtuale, diritta o capovolta, ingrandita o rimpicciolita. Stimare quindi l'ingrandimento lineare del sistema misurando con un righello le lunghezze dell'immagine e dell'oggetto.

(nel testo riportare solo la parte superiore dello schizzo, la parte inferiore va nella Guida)

Risoluzione. Costruendo l'immagine come mostrato nella figura, si conclude che essa è virtuale, capovolta e ingrandita. L'ingrandimento lineare è circa $7,5$.

24. Su una rivista si legge che alcuni scienziati, utilizzando un microscopio ottico assai perfezionato, hanno potuto



osservare un microcristallo cubico con lato di circa 100 nm. Esprimente un vostro commento a tale riguardo.

Risoluzione. La notizia è assai dubbia dato che il dettaglio osservato ammonterebbe a una piccola frazione della lunghezza d'onda della luce, il cui valore limita la risoluzione dei microscopi ottici.

25. L'obiettivo e l'oculare di un microscopio hanno le seguenti distanze focali: $f_{ob} = 7$ mm, $f_{oc} = 14$ mm. Calcolate la distanza che deve esservi fra l'oculare e l'obiettivo perchè l'occhio veda all'infinito l'immagine di un oggetto che si trova a 8 mm dall'obiettivo.

Risoluzione. La distanza q_1 a cui l'obiettivo forma l'immagine intermedia dell'oggetto si trova applicando la formula dei punti coniugati con $p_1 = 0,008$ m: $q_1 = 1/(1/f_{ob} - 1/p_1) = 1/(1/0,007 - 1/0,008) = 0,056$ m. Se l'oculare crea all'infinito ($q_2 = \infty$) l'immagine finale, la distanza da esso a cui deve trovarsi l'immagine intermedia è pari alla distanza focale, cioè $p_2 = f_{oc} = 0,014$ m. Pertanto la distanza fra le due lenti è $q_1 + p_2 = 0,056 + 0,014 = 0,07$ m = 70 mm.

26. Un microscopio ha ingrandimento pari a 100, ottenuto con un obiettivo il cui ingrandimento è quattro volte quello dell'oculare. Calcolate gli ingrandimenti dell'obiettivo e dell'oculare.

Risoluzione. L'ingrandimento complessivo è il prodotto dei due ingrandimenti, per cui si ha: $I_{ob}I_{oc} = 100$. Sappiamo poi che $I_{ob} = 4I_{oc}$, che sostituiamo nella precedente ottenendo: $4I_{oc}^2 = 100$, da cui si ricava $I_{oc} = 5$ e quindi $I_{ob} = 20$.

27. Vogliamo costruire un telescopio astronomico disponendo di una vecchia lente da occhiali da 1 diottria usata per correggere l'ipermetropia e di una lente d'ingrandimento con distanza focale di 4 cm. Stabilite come utilizzare queste lenti. Calcolate la lunghezza del tubo necessario per alloggiarle e l'ingrandimento angolare dello strumento.

Risoluzione. Utilizziamo come obiettivo la lente con grande lunghezza focale: $f_{ob} = 1/D = 1$ m; come oculare la lente con piccola lunghezza focale: $f_{oc} = 0,04$ m. Disponiamo le due lenti in modo che il secondo fuoco dell'obiettivo, dove si forma l'immagine di un oggetto all'infinito, si sovrapponga al primo fuoco dell'oculare, in modo che questo fornisca un fascio di raggi paralleli, creando cioè l'immagine finale all'infinito. Di conseguenza la lunghezza minima L del tubo è pari alla somma delle due distanze focali: $L = 1 + 0,04 = 1,04$ m. L'ingrandimento angolare si ricava dalla formula (4) $I_\alpha = f_{ob}/f_{oc} = 1/0,04 = 25$.

28. Calcolate, esprimendolo in gradi e radianti, l'angolo sotto cui si vede la Luna a occhio nudo e attraverso un telescopio con distanza focale dell'obiettivo $f_{ob} = 60$ cm e distanza focale dell'oculare $f_{oc} = 3$ cm. Misurate il diametro di una moneta da 1 euro e calcolate la distanza a cui va posta perché abbia lo stesso diametro apparente della Luna vista attraverso il telescopio. Il diametro della Luna è $D = 3500$ km, la sua distanza media dalla Terra è $d = 384.000$ km.

Risoluzione. L'angolo sotto il quale si vede la Luna a occhio nudo è: $\alpha = \arctang(D/d) \approx D/d = 3,5 \cdot 10^6 / 3,84 \cdot 10^8 = 9,1 \cdot 10^{-3}$ rad = $0,52^\circ$. L'ingrandimento angolare del telescopio è dato dalla formula (4): $I_\alpha = f_{ob}/f_{oc} = 0,6/0,03 = 20$. E quindi l'angolo sotto cui si vede la Luna attraverso lo strumento è: $\alpha' = I_\alpha \alpha = 20 \times 9,1 \cdot 10^{-3} = 0,182$ rad = $10,4^\circ$. Il diametro di una moneta da 1 euro è $D' = 23$ mm. Perché il suo diametro apparente sia lo stesso della Luna vista attraverso il telescopio, l'angolo di vista della moneta deve essere $\alpha' = 0,182$ rad. La moneta deve quindi trovarsi alla distanza $d' = D'/\tan \alpha' \approx 0,023/0,182 = 1,26$ m.

29. Guardando oggetti lontani attraverso un telescopio costruito con due lenti disposte agli estremi di un tubo si trova che l'ingrandimento angolare è alquanto inferiore all'unità.

Trovate una possibile interpretazione dell'osservazione.

Risoluzione. Può darsi che per errore si sia utilizzato il telescopio alla rovescia. In tal caso le due lenti si scambiano e l'ingrandimento angolare diventa il reciproco di quello "giusto", risultando quindi alquanto inferiore all'unità.

30. Guardando con un cannocchiale terrestre un albero alto 20 m che dista 2 km, esso appare della stessa altezza di un arbusto alto 2 m che si trova a 10 m, visto a occhio nudo. Calcolate l'ingrandimento angolare del cannocchiale.

Risoluzione. L'angolo sotto il quale si vede l'albero a occhio nudo è $\alpha = \arctang(20/2000) \approx 0,01$ rad; quello sotto il quale si vede l'arbusto è $\alpha' = \arctang(2/10) \approx 0,2$ rad, che è lo stesso sotto il quale si vede l'albero attraverso il cannocchiale. Quindi l'ingrandimento angolare dello strumento è $I_\alpha = \alpha'/\alpha = 0,2/0,01 = 20$.