

Modulo 2 La luce

Unità 3 Le onde luminose

3.0 I fenomeni luminosi più comuni, come la riflessione e la rifrazione, s'interpretano assai bene rappresentando la luce come raggi che si propagano in linea retta. Ciò spiega perché in passato si riteneva che la luce fosse costituita da corpuscoli. L'ipotesi corpuscolare, tuttavia, incontra difficoltà nell'interpretare altri fenomeni luminosi, come la dispersione, l'interferenza e la diffrazione di cui ci occupiamo in questa Unità, nei quali la luce manifesta chiaramente una natura ondulatoria. Anche in questi contesti, tuttavia, la nozione di raggio luminoso resta utile, purché correttamente intesa come direzione di propagazione di un'onda luminosa.

Figura 0. Immagine da trovare

3.1 La dispersione della luce e i colori.

Esperimento 1. I colori provengono dall'acqua?

Esponete ai raggi del Sole una bacinella trasparente di forma rettangolare piena d'acqua, in modo che la luce ne attraversi due facce fra loro perpendicolari. Disponete un foglio di cartone bianco in modo che sia colpito dalla luce che ha attraversato l'acqua, ma non dalla luce diretta del Sole, e spostatelo fino a che su esso apparirà una banda colorata, con i colori dal rosso al violetto.

Il fenomeno che avete osservato, cioè la separazione della luce “bianca” del Sole in un insieme continuo di luci di colori dal rosso al violetto, si chiama **dispersione della luce**. Esso s'interpreta tenendo presente che la luce “bianca” è in realtà costituita dalla sovrapposizione di onde luminose con lunghezze d'onda diverse, a cui corrispondono i diversi colori, e che l'indice di rifrazione dell'acqua dipende dalla lunghezza d'onda. La conseguenza è che i raggi dei diversi colori che attraversano l'acqua ne emergono con angoli leggermente diversi, sicché vengono separati. Lo stesso fenomeno si osserva quando la luce del Sole attraversa un prisma di vetro o di plastica (→ figura 1), si manifesta nell'arcobaleno e provoca l'aberrazione cromatica che limita le prestazioni delle lenti. Praticamente tutti i mezzi trasparenti sono infatti **dispersivi**, cioè “disperdono” la luce, perché la velocità v con cui le onde luminose si propagano al loro interno dipende, seppur debolmente, dalla lunghezza d'onda, e con essa l'indice di rifrazione ($n = c/v$).

Ricordiamo che il colore **non** è una proprietà di un'onda luminosa, ma una manifestazione del nostro sistema di percezione visiva. Sicché, a rigore, non si dovrebbe dire “un fascio di luce gialla”, ma un fascio di luce che ai nostri occhi appare gialla.

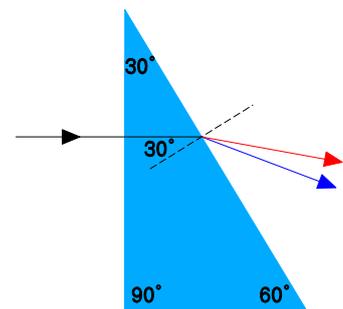
Tabella 1. Dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda della luce (a temperatura e pressione ordinaria)

	687 nm (rosso)	589 nm (giallo)	486 nm (blu)	434 nm (violetto)
acqua	1,330	1,333	1,337	1,341
vetro flint leggero	1,507	1,510	1,516	1,522
diamante	2,401	2,418	2,435	2,448

Esempio 1. Calcoliamo gli angoli a cui i raggi di colori diversi emergono da un prisma.

Vogliamo calcolare le differenze fra gli angoli che formano i raggi dei diversi colori quando emergono dal prisma di vetro in figura (l'angolo fra i due raggi in figura è fortemente esagerato per chiarezza).

Il raggio di luce bianca che colpisce il prisma perpendicolarmente alla faccia cateto non subisce deflessione, sicché incide sulla faccia ipotenusa con angolo di incidenza $\alpha_i = 30^\circ$. Calcoliamo gli angoli di rifrazione per i diversi colori utilizzando la legge di Snell-Cartesio (→ Unità 1, formula (9)) e i dati della Tabella 1: $\alpha_r = \arcsen(n \sin 30^\circ)$. Per i quattro colori considerati in tabella si ha rispettivamente:



$\alpha_{r, \text{rosso}} = \arcsen(1,507 \times 0,5) = 48,90^\circ$, $\alpha_{r, \text{giallo}} = \arcsen(1,510 \times 0,5) = 49,03^\circ$,
 $\alpha_{r, \text{blu}} = \arcsen(1,516 \times 0,5) = 49,29^\circ$, $\alpha_{r, \text{violetto}} = \arcsen(1,522 \times 0,5) = 49,55^\circ$. E quindi i valori
degli angoli fra il raggio violetto e gli altri raggi colorati sono rispettivamente: $0,26^\circ$; $0,52^\circ$; $0,65^\circ$.

Il fenomeno della dispersione fu studiato scientificamente per la prima volta nel Seicento da Isaac Newton, arrivando alla conclusione che un prisma non “crea” i colori, come a quel tempo si riteneva, ma semplicemente separa fra loro la mescolanza di colori che costituisce la luce “bianca”. Cruciale a questo proposito fu l’esperienza illustrata nella figura 2: un prisma illuminato da un fascetto di luce colorata lo rifrange senza però alterarne il colore. Newton chiamò **spettro solare** la fascia variamente colorata che emerge da un prisma illuminato dalla luce del Sole, e a lui si deve anche la suddivisione dello spettro nei sette colori tradizionali (rosso, arancione, giallo, verde, blu, indaco e violetto). In realtà *lo spettro solare è uno spettro continuo*, costituito cioè da luce con una gamma continua di lunghezze d’onda.

Perché Newton scelse 7 per il numero dei colori dello spettro solare (inclusendovi l’indaco, che occupa una gamma di lunghezze d’onda assai ristretta e che è mal distinguibile dai colori adiacenti)? Perché 7 era considerato un numero “perfetto”.

Che si estende non soltanto nel visibile (cioè fra 720 nm e 380 nm), ma anche nell’infrarosso, a lunghezze d’onda maggiori, e nell’ultravioletto, a lunghezze d’onda minori (\rightarrow § 3.6).

Notate che in realtà ciò che caratterizza effettivamente le onde luminose corrispondenti ai vari colori, come del resto tutte le onde elettromagnetiche (onde radio, infrarosso, ultravioletto, X, ecc.), non è la loro lunghezza d’onda, ma piuttosto la loro frequenza. Infatti quando queste onde attraversano la materia, la loro frequenza f si mantiene invariata, mentre la velocità di propagazione viene a dipendere dall’indice di rifrazione del mezzo ($v = c/n$), e con essa la lunghezza d’onda ($\lambda = v/f = c/nf$). In altre parole, un’onda di frequenza data che attraversa mezzi con valori diversi dell’indice di rifrazione, avrà una diversa lunghezza d’onda in ciascuno di essi.

Collegamento con la storia 1. La luce invisibile di Herschel e la scoperta dell’infrarosso.

La radiazione infrarossa fu scoperta proprio grazie al fenomeno della dispersione della luce, usando un prisma. La scoperta risale al 1800, quando l’astronomo inglese di origine tedesca Frederick William Herschel (1738-1822), al quale si deve fra l’altro la scoperta del pianeta Urano, volle studiare se il calore associato ai diversi colori della luce solare fosse il medesimo o variasse a seconda del colore. Egli utilizzò allo scopo la luce solare dispersa da un prisma di vetro, inviandola sul bulbo annerito di un termometro. Così procedendo, Herschel trovò che la temperatura indicata dal termometro aumentava gradualmente man mano che lo strumento veniva spostato dal violetto al rosso. Ma trovò anche, con sua grande sorpresa, che la massima temperatura si otteneva quando il termometro veniva posto al di fuori della banda colorata, cioè appena al di là del rosso.

Herschel attribuì il fenomeno a una “luce invisibile”, che egli denominò *raggi calorifici* e che noi chiamiamo oggi **raggi infrarossi**. Studiando le proprietà di questi raggi, egli trovò poi che essi si comportavano in maniera del tutto simile alla luce visibile, cioè venivano riflessi, rifratti e assorbiti dai corpi scuri. (Potete voi stessi osservare il fenomeno della riflessione di questa radiazione usando uno specchio per riflettere verso il televisore i raggi infrarossi prodotti da un telecomando orientato in tutt’altra direzione.)

Il colore dei corpi.

Illuminiamo un vetro colorato con luce bianca. Il colore della luce che lo ha attraversato corrisponde alle frequenze delle onde luminose a cui quel vetro è trasparente, dato che le altre sono state assorbite. Qualcosa di simile avviene per i corpi opachi. Il colore che essi presentano ai nostri occhi rappresenta quello delle onde luminose che essi diffondono attorno, assorbendo le altre. Ciò si verifica facilmente, per esempio, inviandola luce di un colore su un corpo di un altro colore, che in tal caso perderà il suo colore, apparendoci scuro o addirittura nero. Per esempio, se guardate in un ambiente buio i **caratteri rossi di queste parole** illuminati con la luce blu del LED di cui sono dotati certi accendini, non li vedrete rossi, ma neri su fondo chiaro.

Una conseguenza importante di ciò è che *il colore dei corpi dipende dalla luce che li illumina*. E infatti quando si compra un capo di abbigliamento o una stoffa si preferisce esaminarne il colore alla luce del Sole, o almeno di lampade a incandescenza, piuttosto che a quella di lampade fluorescenti.

La fisica della tecnologia 1. I colori primari.

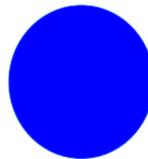
Circa due secoli fa il medico e fisico inglese Thomas Young fece un'osservazione assai importante: mescolando luci di tre colori diversi con opportuni dosaggi, è possibile ottenere la percezione di una ampia gamma di colori. Ciò perché il nostro sistema percettivo stabilisce i colori combinando assieme le risposte fornite da tre diversi tipi di cellule sensibili ai colori (→ Unità 2, pag. xxx). I tre colori base, chiamati **colori primari**, vanno scelti in modo da fornire la più estesa gamma di colori: ciò si ottiene in pratica utilizzando come primari il *rosso*, il *verde* e il *blu*.

Questo procedimento, chiamato *sintesi additiva del colore*, trova numerosi impieghi pratici: nella fotografia, nella stampa e nella televisione a colori. Negli schermi dei televisori, per esempio, ogni elemento che costituisce l'immagine (pixel) comprende in realtà tre sottolenti, rispettivamente rosso, verde e blu. Ciascuno di questi viene "acceso" con l'intensità necessaria a riprodurre il colore desiderato quando le tre luci si fondono nei nostri occhi. Esaminando lo schermo di un televisore o di un calcolatore con una lente dotata di forte ingrandimento potrete individuarne la struttura elementare, costituita da tante minuscole striscette verticali colorate.

A ogni colore, e quindi anche a ogni colore primario, corrisponde un *colore complementare*, che si ottiene sottraendo quel colore dalla luce bianca; sicché il bianco si può ottenere sommando qualsiasi colore con il suo complementare. Sono fra loro complementari, per esempio, il blu e il giallo, il verde e il magenta, il rosso e il ciano.

Figura A. I tre proiettori inviano sullo schermo fasci di luce dei tre colori primari (R, V, B), con vari effetti di sintesi additiva. Laddove i tre fasci si sovrappongono lo schermo risulta bianco. Dove si sovrappongono a due a due si ottengono altri colori: giallo (R+V), magenta (R+B), ciano (V+B).
(Adattare da il Mondo della Fisica, vol. B, pag.605)

Figura B. Fissate l'occhio per una decina di secondi sul cerchio blu. Spostando lo sguardo a destra, vedrete apparire un cerchio giallo, cioè del colore complementare al blu. Guardando a lungo la figura blu, la sensibilità dell'occhio per tale colore si è fortemente ridotta, sicché poi la luce bianca del foglio viene vista come una mescolanza degli altri due colori (rosso e verde) a cui è direttamente sensibile l'occhio, alla quale corrisponde appunto il giallo.



La Fisica attorno a noi 1. L'arcobaleno.

L'arcobaleno, il bellissimo fenomeno naturale che è stato studiato da scienziati come René Descartes e Isaac Newton, proviene da un complesso gioco di effetti di rifrazione, dispersione e riflessione nelle miriadi di goccioline d'acqua sospese nell'aria dopo una pioggia. La figura A mostra cosa avviene quando un raggio di luce bianca solare colpisce una gocciolina. Penetrando nell'acqua esso viene rifratto e disperso nei colori costituenti, che vengono poi riflessi sulla parete posteriore della goccia e infine nuovamente rifratti, con direzioni che differiscono di circa 2° fra il rosso e il violetto. Gli angoli fra i raggi incidenti e quelli che emergono dalla goccia dipendono dalla direzione iniziale del raggio di luce bianca; si trova tuttavia che essi presentano un massimo attorno a 41° . Cioè i raggi colorati viaggiano prevalentemente in direzione approssimativamente opposta a quelli incidenti, e infatti vediamo l'arcobaleno quando il Sole è alle nostre spalle.

Figura A. La luce bianca che penetra in una gocciolina d'acqua viene dispersa nei colori che la costituiscono, che ne emergono con direzioni leggermente diverse. Gli angoli in figura sono fortemente esagerati per evidenziare le differenze fra i percorsi dei raggi dei colori estremi dello spettro, rosso e violetto.
(Adattare da Walker, Fisica. vol. 2, pag. O 75)

Figura 1. La luce solare che attraversa un prisma di materiale trasparente viene sparpagliata, cioè dispersa, nelle sue diverse componenti. Ciò perché l'indice di rifrazione del materiale del prisma ha un valore leggermente diverso per ciascuna di esse.
(Adattare da Caforio, Fisica, vol. 2, pag. 115)

Figura 2. Il prisma A disperde la luce bianca che lo colpisce. Il prisma B è illuminato attraverso la fenditura F, sicché è raggiunto soltanto da un fascetto di colore giallo, che esso rifrange senza alterarne il colore.
(Adattare da Il Mondo della Fisica, vol. B, pag. 604: il prisma A è colpito da un fascio di luce bianca)

3.2 L'esperimento della doppia fenditura di Young e l'interferenza della luce.

Allo scienziato inglese Thomas Young (1773-1829) si deve l'esperimento cruciale sull'interferenza della luce che ne dimostrò in modo inequivocabile la natura ondulatoria; al fisico francese Augustin Jean Fresnel (1788-1829), l'analisi matematica e l'interpretazione dei risultati dell'esperimento di Young, e la realizzazione di altri esperimenti a ulteriore conferma.

Sappiamo che le onde sonore, come del resto qualsiasi altro tipo di onde, sono soggette al fenomeno dell'interferenza: due altoparlanti, collegati in fase o in opposizione di fase, possono infatti produrre un suono più intenso oppure il silenzio. L'esperimento di Young costituì la prima dimostrazione dell'interferenza fra onde luminose: combinando due fasci luminosi egli ottenne luce o buio. Sappiamo però che il fenomeno dell'interferenza richiede due onde della stessa frequenza e con fase coerente fra loro. E quindi non funziona se si utilizzano due sorgenti naturali o artificiali ordinarie, che emettono luce con un ampio spettro di frequenza e con fase continuamente variabile in modo casuale. L'emissione termica da parte un corpo incandescente, il tipo di sorgente luminosa disponibile al tempo di Young, proviene infatti dal moto disordinato di agitazione termica delle particelle che lo costituiscono.

L'idea di Young, assai ingegnosa, fu quella di far interferire fra loro due fasci luminosi ottenuti da una stessa sorgente, e quindi onde con differenza di fase nulla fra loro, sebbene con fase variabile nel tempo in modo irregolare; realizzando così l'apparato che in seguito venne chiamato **interferometro**. Come è illustrato nella figura 3a, i due fasci sono prodotti dalla luce che attraversa due fenditure strettissime. L'interferenza si manifesta quando i due fascetti raggiungono lo schermo, dove appare una *figura d'interferenza* costituita da una banda di strisce, chiamate *frange*, alternativamente chiare e scure: le prime dovute a interferenza costruttiva fra i due fascetti, le seconde a interferenza distruttiva. Cosa accadrebbe invece se la luce non fosse costituita da onde ma da corpuscoli che viaggiano in linea retta? Sullo schermo si dovrebbero vedere semplicemente le proiezioni delle due fenditure, come in figura 3b, ma non è affatto così.

Vediamo ora come e perché sullo schermo si forma la figura d'interferenza. Ricordiamo innanzitutto che la fase di un'onda armonica piana che si propaga nella direzione dell'asse x (pag. xxx) è $\phi = 2\pi(t/T - x/\lambda)$ e quindi a ogni istante t la differenza di fase fra due onde provenienti da una stessa sorgente, che hanno percorso due diversi tratti x_1 e x_2 , è: $\Delta\phi = 2\pi(x_1 - x_2)/\lambda$.

Le due fenditure, investite dall'onda piana proveniente dalla sorgente, per il principio di Huygens (\rightarrow pag. xxx) si comportano come sorgenti di onde: rappresentate come onde circolari, come mostra la figura 4, in un piano normale al diaframma e alla direzione delle fenditure. Laddove due fronti d'onda, cioè due massimi positivi, si sovrappongono si ha interferenza costruttiva e quindi un massimo di luce. Questo è quanto avviene in particolare nel punto P e in tutti i punti dell'asse a, che distano ugualmente da F_1 ed F_2 . Dove invece il fronte di un'onda cade in corrispondenza di un massimo negativo dell'altra, cioè nel mezzo fra due fronti d'onda di quest'ultima, si ha interferenza distruttiva e quindi buio. Ciò avviene per esempio nel punto P' e nei punti dell'asse a'.

Il fenomeno dipende evidentemente dalla direzione rispetto all'asse a, cioè dall'angolo α fra essa e l'asse a. Per un dato angolo α , infatti, la differenza di cammino ottico delle due onde è

$$\Delta x = d \sin \alpha$$

dove d è la distanza fra le due fenditure, a cui corrisponde la differenza di fase

$$(1) \quad \Delta\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha$$

I massimi di luce, cioè le frange luminose, si hanno quando questa differenza è nulla o il suo valore assoluto è un multiplo intero di 2π (corrispondente a un numero intero di lunghezze d'onda), cioè quando:

$$(2) \quad \text{sen } \alpha = k \frac{\lambda}{d}, \quad \text{con } k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

I minimi di luce, cioè le frange scure, si hanno invece quando il valore assoluto della differenza di fase è un multiplo dispari di π (corrispondente a un numero dispari di mezze lunghezze d'onda), cioè quando:

$$(3) \quad \text{sen } \alpha' = \frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{d}, \quad \text{con } k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

(dove a $k = 0$ e a $k = -1$ corrispondono le due frange scure attorno alla frangia luminosa centrale). E quindi sullo schermo, al variare della direzione rispetto alle fenditure, si alternano massimi e minimi di luce, cioè strisce verticali chiare e scure.

L'effetto d'interferenza è assai evidente usando luce *monocromatica*, cioè di una data lunghezza d'onda a cui corrisponde un determinato colore; che si può ottenere per esempio, usando un filtro colorato. Usando luce bianca, invece, sullo schermo si sovrappongono le figure d'interferenza di tutte le sue componenti spettrali, a ciascuna delle quali, in base alle formule (2) e (3), corrispondono direzioni diverse, a causa delle diverse lunghezze d'onda, per i massimi e i minimi di luminosità. In tal caso, in pratica, risultano evidenti soltanto le frangia luminosa centrale della figura d'interferenza e le due frange scure ad essa adiacenti.

Con un apparato sperimentale simile a quello usato per dimostrare l'interferenza della luce (\rightarrow figura 5), Young poté anche eseguire le prime misure della lunghezza d'onda della luce. Chiamando L la distanza fra le fenditure e lo schermo, la distanza y sullo schermo fra la prima frangia luminosa, a cui in base alla (2) corrisponde la direzione α_1 , con $\text{sen } \alpha_1 = \lambda/d$, e la frangia luminosa centrale, a cui corrisponde $\alpha_0 = 0$, è data dalla relazione

$$y/L = \text{tang } \alpha_1 \approx \text{sen } \alpha_1 = \lambda/d$$

da cui si ricava

$$(4) \quad \lambda = d y/L$$

Esempio 2. Misuriamo la lunghezza d'onda della luce con l'interferometro di Young.

Vogliamo misurare la lunghezza d'onda della radiazione monocromatica che illumina l'interferometro di Young schematizzato in figura 5, osservando che la prima frangia luminosa si forma a distanza $y = 1,8$ mm dal massimo centrale. Le due fenditure, che distano fra loro $d = 0,8$ mm, si trovano a distanza $L = 2,4$ m dallo schermo.

Applicando la formula (4) abbiamo: $\lambda = d y/L = 8 \cdot 10^{-4} \times 1,8 \cdot 10^{-3} / 2,4 = 6 \cdot 10^{-7} = 600$ nm. Si tratta pertanto di luce di colore arancione.

Collegamento con la storia 2. Thomas Young: uno studioso eclettico e geniale.

Fisico e medico, Thomas Young, diede importanti contributi nei più vari settori della fisica: nello studio dell'elasticità (dove il suo nome è ricordato nel *modulo di Young*), della tensione superficiale nei liquidi, dei fenomeni termici e dei fenomeni luminosi, sviluppando anche una teoria degli errori di misura e proponendo l'uso del termine energia per indicare il prodotto della massa per il quadrato della velocità di un corpo in moto. Young, che conosceva un gran numero di lingue, antiche e moderne, contribuì anche alla decifrazione dei geroglifici egizi della stele di Rosetta, dopo il suo

rinvenimento al tempo della spedizione napoleonica in Egitto, e conìò il termine *lingue indoeuropee*.

Tuttavia Young è noto soprattutto per l'idea, assai ricca di conseguenze pratiche, di sintetizzare qualsiasi colore a partire da tre colori primari (→ La fisica della tecnologia 1), e per i suoi esperimenti, svolti nel 1802, sull'interferenza della luce e sulla misura della lunghezza d'onda della luce. I risultati di questi esperimenti sono infatti di fondamentale importanza perché condussero all'affermazione della teoria ondulatoria, soppiantando il punto di vista corpuscolare che era sorretto dall'autorità di Newton. Va detto però che la trattazione dell'ottica ondulatoria nel suo trattato "*Course of natural philosophy and the mechanical arts*" del 1807 non convinse gli scienziati del tempo, anche perché espressa in forma prevalentemente qualitativa e in un linguaggio spesso poco chiaro. Per questo l'affermazione definitiva della teoria ondulatoria dovette attendere ancora qualche tempo, cioè quando i lavori di Young furono ripresi, estesi e posti in una forma matematica più convincente da parte di Fresnel.

Figura. Persona geniale e dotata di una straordinaria cultura nei campi più diversi, Young era considerato dai suoi contemporanei come "l'ultimo uomo che sapeva tutto".



Figura 3. a) Il fascio luminoso proveniente da una sorgente penetra attraverso le due strette fenditure F_1 ed F_2 , fra loro vicinissime. Quando i due fascetti raggiungono lo schermo, l'interferenza fra essi si manifesta in una serie di strisce chiare e scure. b) Se i due fascetti non fossero costituiti da onde, sullo schermo si dovrebbero vedere semplicemente le immagini delle due fenditure, grazie alla propagazione della luce in linea retta.

(a) Adattare da Amaldi, Fisica, vol. 2, pag. 334, con fenditure orizzontali e strisce orizzontali sullo schermo, indicando le due fenditure con le scritte F_1 ed F_2 ; b) la stessa figura, ma sullo schermo soltanto la proiezione luminosa delle due fenditure orizzontali)

Figura 4. Interferenza fra le onde circolari emesse dalla due fenditure con la stessa fase fra loro (in verde i fronti d'onda di quelle provenienti da F_1 , in blu i fronti di quelle provenienti da F_2).

(Adattare da Amaldi, Fisica, vol. 2, pag. 334,)

Figura 5. Fra i due punti luminosi P_0 e P_1 sullo schermo, dove si ha interferenza costruttiva, si trova una sola fascia oscura dove si ha interferenza distruttiva. La lunghezza d'onda della luce si ricava misurando la distanza y fra i due punti, conoscendo la distanza d fra le fenditure e la distanza L fra queste e lo schermo. Notate che la differenza fra i percorsi da F_1 ad A_1 e da F_2 ad A_1 è pari a una lunghezza d'onda.

(Adattare da Amaldi, Fisica, vol. 2, pag. 335; modificando le scritte: sostituendo S con F, A con P)

3.3 Il dibattito sulla natura della luce.

Il filosofo greco Pitagora (580-496 avanti Cristo) pensava che i nostri occhi fossero dei "fari", che emettevano raggi luminosi verso gli oggetti attorno a noi, permettendoci così di vederli. Questa ipotesi (sebbene in contrasto col fatto che al buio non ci si vede!) fu accettata per molto tempo. Però non da tutti gli studiosi del passato: il romano Lucrezio (I secolo a.C.) e, più tardi, l'arabo Alhazen (965-1040) ritenevano infatti che la luce fosse costituita da particelle in moto.

Le teorie moderne della luce risalgono al Seicento, quando ebbe inizio una vivace controversia fra due scuole di pensiero che postulavano due modelli totalmente diversi. Secondo la *teoria corpuscolare*, sviluppata da Isaac Newton nel 1672, la luce era costituita da un flusso di minuscole particelle, che viaggiano in linea retta attraverso i corpi trasparenti e rimbalzano sulla superficie dei corpi opachi. Questa teoria presentava il vantaggio di ricondurre l'ottica nell'ambito della meccanica e permetteva di spiegare vari fenomeni luminosi, come la propagazione rettilinea e la riflessione. La *teoria ondulatoria*, proposta inizialmente da Renè Descartes e Robert Hooke e poi in forma più compiuta da Christiaan Huygens nel 1690, considerava invece la luce come costituita da onde, che si propagano a distanza trasportando energia (ma non materia), in modo simile alle onde elastiche. Meno intuitiva della teoria corpuscolare, la teoria ondulatoria presentava una evidente difficoltà che non ne favorì l'accettazione da parte degli scienziati: se le onde sonore si propagano nell'aria o in altri mezzi che vibrano al loro passaggio, come potevano le onde luminose

passare attraverso lo spazio vuoto che separa, per esempio, il Sole dalla Terra? Si doveva immaginare l'esistenza dell'**etere**, una sostanza imponderabile e al tempo stesso permeabile alla materia ma rigida per le onde luminose (→ Tomo IV, pag. xxx).

La teoria ondulatoria si affermò solo nella prima metà dell'Ottocento, a seguito dell'esperimento della doppia fenditura di Young, che era spiegato dal fenomeno dell'interferenza e che la teoria corpuscolare non poteva interpretare in nessun modo. La questione dell'etere fu poi risolta quando Maxwell sviluppò la teoria dell'elettromagnetismo, chiarendo che le onde luminose, come qualsiasi altra onda elettromagnetica, non sono vibrazioni meccaniche ma di natura elettrica e magnetica, sicché non richiedono un supporto materiale. In effetti l'esistenza dell'etere fu smentita definitivamente soltanto alla fine dell'Ottocento, grazie all'esperimento di Michelson e Morley (→ Tomo V, pag. xxx).

La vicenda della natura della luce, e delle onde elettromagnetiche, però, non finisce qui. Nuove scoperte, fra la fine dell'Ottocento e l'inizio del secolo scorso, portarono infatti a stabilire che la luce presenta una doppia natura: in certi casi si comporta come onde, in altri come corpuscoli, i *fotoni*, che sono privi di massa, ma dotati di energia e sempre in moto alla velocità, naturalmente, della luce. Ma di questo ci occuperemo più avanti, nella parte del Tomo V dedicata alla meccanica quantistica.

Approfondimento 1. Il modello corpuscolare e i fenomeni luminosi.

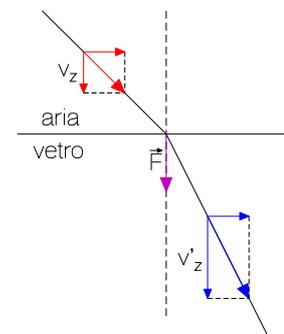
Il modello ondulatorio della luce permette di interpretare assai ragionevolmente tutti i fenomeni luminosi, sulla base di quanto esposto nell'Unità 2 del Modulo 1. E a tale proposito un elemento chiave è costituito dal principio di Huygens (→ pag. xxx).

Il modello corpuscolare, come ora vedremo, interpreta invece in modo semplice e diretto solo alcuni di questi fenomeni, per altri richiede spiegazioni *ad hoc*, per altri ancora cade in difetto.

- **Propagazione rettilinea.** L'interpretazione è immediata, ammettendo che i corpuscoli luminosi, grazie al principio d'inerzia, si muovano di moto rettilineo uniforme. Ma bisogna anche ammettere che i corpuscoli siano talmente piccoli da non urtarsi fra loro, perchè altrimenti dovrebbero sparpagliarsi in tutte le direzioni. La propagazione rettilinea, evidenziata anche dalla formazione delle ombre, costituì un forte elemento a favore del modello corpuscolare: se la luce era costituita da onde perché non aggirava gli ostacoli per diffrazione, come avviene con le onde sonore?

- **Riflessione.** Anche qui l'interpretazione corpuscolare è immediata, essendo ben noto che, quando una sferetta subisce un urto elastico contro una parete piana solida, l'angolo di riflessione è uguale a quello d'incidenza.

- **Rifrazione.** Qui l'interpretazione corpuscolare è più problematica. Considerando, per esempio, un corpuscolo luminoso che passa dall'aria al vetro, sappiamo che la sua traiettoria subisce un avvicinamento alla normale. Si deve dunque ammettere che vi sia una forza **F** perpendicolare alla superficie di separazione, che accelera il corpuscolo aumentandone la componente normale della velocità (da v_z a v'_z in figura). E allora la velocità nel mezzo più rifrangente deve essere più alta che in quello meno rifrangente, ma ciò poteva essere tranquillamente accettato quando non si sapeva che in realtà avviene il contrario, cioè prima delle misure di Fizeau (→ pag. xxx).



- **Dispersione.** Si deve ammettere che a ciascun colore corrispondano corpuscoli di massa diversa. Così, attraversando un prisma, i corpuscoli vengono deflessi diversamente in ragione della loro massa.

- **Interferenza e diffrazione.** Questi fenomeni luminosi non trovano interpretazione nel modello corpuscolare. Ma il problema si pose soltanto all'inizio dell'Ottocento, quando questi fenomeni vennero dimostrati sperimentalmente da Young e da Fresnel. In tale occasione venne misurata anche la lunghezza d'onda della luce, il cui valore piccolissimo spiega perché la luce non possa aggirare apprezzabilmente ostacoli di dimensioni ordinarie, cioè molto maggiori della sua lunghezza d'onda

|1650

|1700

|1750

|1800

|1850

Pierre Gassendi (1592-1655) propone una teoria corpuscolare della luce, pubblicata postuma nel 1660.

Robert Hooke nel 1665 pubblica una teoria ondulatoria della luce.

Isaac Newton nel 1675 afferma che la luce è costituita da corpuscoli, che una sorgente emette in tutte le direzioni, pubblicando nel 1704 *Opticks*, la sua opera definitiva sull'argomento.

Christiaan Huygens nel 1678 sviluppa la sua teoria ondulatoria che pubblica nel 1690 nel *Traité sur la Lumière*.

Thomas Young nel 1802 svolge i suoi esperimenti sulla diffrazione della luce, senza però convincere la comunità scientifica della natura ondulatoria della luce

Augustin Jean Fresnel nel 1818 pubblica un trattato sulla luce che contribuisce all'affermazione della teoria ondulatoria.

James Clerk Maxwell nel 1865 espone la sua teoria delle onde elettromagnetiche, unificando i fenomeni elettrici, magnetici e luminosi

Figura 6. Le date essenziali che segnano lo sviluppo del dibattito sulla natura della luce fra il Seicento e l'Ottocento.

(Disporre i testi, secondo la cronologia; attorno all'asse riportato sopra. I corpuscolari sopra, gli ondulatori sotto l'asse)

3.4 La diffrazione della luce.

Nell'esperienza comune, quando la luce incontra un ostacolo si produce un'ombra con contorni ben definiti. Ma in realtà i contorni delle ombre, se esaminati in dettaglio, sono tutt'altro che netti, come mostra la figura 7. Allo stesso modo, quando si illumina un ostacolo dotato di un'apertura molto piccola, la luce che ne emerge non viaggia in linea retta rispetto alla sorgente, ma si sparpaglia attorno. Si trova, anzi, che l'effetto di sparpagliamento, cioè l'allargamento del fascio uscente dall'apertura, è tanto più vistoso quanto più questa è piccola (→ figura 8).

In questi esempi, dove intervengono distanze confrontabili con la lunghezza d'onda della luce, si manifesta la **diffrazione**, cioè il fenomeno per cui un'onda può aggirare un ostacolo (→ Modulo 1, Unità 2, pag. xxx), che avevamo già incontrato nel §2 a proposito dell'esperimento di Young. L'interpretazione di questo fenomeno, come sapete, è basata sul principio di Huygens, per cui tutti i punti di un fronte d'onda si comportano come una sorgente di onde sferiche, che da essi si propagano in avanti radialmente, in tutte le direzioni.

La diffrazione da una fenditura

La figura 9 rappresenta una fenditura di larghezza D , che viene illuminata da un'onda luminosa monocromatica piana. La luce che attraversa la fenditura viene raccolta su uno schermo distante, dove si osserva una **figura di diffrazione** costituita dall'alternarsi di strisce chiare e scure. Questa figura rappresenta l'effetto dell'interferenza fra le onde emesse, secondo il principio di Huygens, dai punti all'interno della fenditura quando sono investiti da un'onda piana, cioè da infinite sorgenti che oscillano con la stessa fase.

Osservate una lampada lontana attraverso un foglio di cartoncino dove avrete praticato con una lametta una fenditura sottilissima. Quando la fenditura è lontana dagli occhi, vedrete la lampada, ma quando la avvicinerete, sulla retina si formerà la figura di diffrazione, costituita da strisce luminose intervallate da strisce scure.

La figura 10 rappresenta più in dettaglio la fenditura, mostrando in particolare la luce che si propaga verso lo schermo con direzione α rispetto alla sua direzione iniziale, a partire dai punti 1 (in alto) e 1' (a metà della fenditura). La differenza di cammino è evidentemente $(D/2) \sin \alpha$. Ma la stessa differenza intercorre fra i cammini delle onde emesse nella stessa direzione α da tutte le coppie di punti, come 2 e 2', 3 e 3', ..., che distano fra loro $D/2$. E' poi chiaro che quando $\alpha = 0$, la

differenza di cammino è nulla, e quindi tutte le coppie di onde interferiscono costruttivamente, producendo per tale direzione un massimo di luce, che si manifesta nella frangia luminosa al centro della figura di diffrazione.

Si ha invece interferenza distruttiva fra tutte le coppie di onde considerate sopra, quando la differenza fra i cammini è pari a mezza lunghezza d'onda, cioè quando la direzione α è tale da aversi $(D/2) \sin \alpha = \lambda/2$, cioè per $D \sin \alpha_1 = \lambda$. Si produce così la prima frangia scura sullo schermo; più precisamente, la prima coppia di frange scure disposte simmetricamente attorno alla frangia luminosa centrale, a cui corrispondono rispettivamente le direzioni α_1 e $-\alpha_1$.

Per trovare le direzioni corrispondenti alla seconda coppia di frange scure dobbiamo suddividere la fenditura in quattro regioni, ciascuna di ampiezza $D/4$, considerando le onde emesse nella direzione generica α da quattro punti sulla fenditura intervallati di $D/4$. Fra due onde successive la differenza di cammino ottico è $(D/4) \sin \alpha$, sicché questa volta la differenza di cammino ottico di $\lambda/2$, necessaria per l'interferenza distruttiva, si ha quando è verificata la condizione $(D/4) \sin \alpha = \lambda/2$, cioè per $d \sin \alpha_2 = 2\lambda$. Procedendo con ulteriori suddivisioni, si ricavano le direzioni che corrispondono alle coppie successive di frange scure, concludendo che in generale esse soddisfano le condizioni, per k intero diverso da zero:

$$(5) \quad D \sin \alpha_k = k \lambda \quad \text{con } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Quanto è larga la frangia centrale, la più luminosa, della figura d'interferenza? La sua estensione angolare $\Delta\alpha_0$ è determinata dall'angolo fra le due frange scure che la delimitano, appartenenti alla prima coppia ($k = \pm 1$), cioè, approssimando $\sin \alpha_1$ con α_1 :

$$(6) \quad \Delta\alpha_0 = 2\alpha_1 \approx 2\lambda/D$$

e quindi è inversamente proporzionale alla larghezza D della fenditura, come si era osservato qualitativamente nella figura 8.

Fenomeni analoghi avvengono nella diffrazione delle luce attraverso un foro circolare di diametro D . Raccogliendo su uno schermo la luce diffratta (\rightarrow figura 11), si osserva un disco luminoso centrale circondato da una serie di anelli alternativamente scuri e luminosi, che sono l'equivalente delle frange luminose laterali prodotte dalla diffrazione attraverso una fenditura. Si dimostra che l'apertura angolare del disco luminoso centrale è

$$(6a) \quad \Delta\alpha \approx 2,44 \lambda/D$$

e quindi inversamente proporzionale, anche qui, all'apertura del foro. Una importante conseguenza di questo risultato riguarda l'allargamento che subisce un fascio luminoso dopo aver attraversato un foro circolare. A una distanza L da un foro di diametro D , il diametro D_L del fascio uscente è dato approssimativamente da $D + L\Delta\alpha$, cioè

$$(7) \quad D_L \approx D + 2,44 L \lambda/D$$

Esempio 3. Calcoliamo il diametro di un fascio luminoso che raggiunge un aereo.

Vogliamo calcolare il diametro di un fascio di luce rossa ($\lambda = 633 \text{ nm}$) che raggiunge un aereo a 12 km di quota, sapendo che è stato prodotto inviando un'onda piana attraverso un foro circolare con diametro $D = 5 \text{ cm}$. Applicando la formula (6a) si ha:

$$D_L \approx D + 2,44 L \lambda/D = 0,05 + 2,44 \times 12 \cdot 10^3 \times 633 \cdot 10^{-9} / 0,05 = 0,371 \text{ m.}$$

La risoluzione degli strumenti ottici

Sappiamo che il potere risolutivo degli strumenti ottici, cioè la loro capacità di distinguere i dettagli delle immagini, trova un limite nel fenomeno della diffrazione della luce. Esaminiamo la questione considerando la luce proveniente da una sorgente puntiforme, per esempio una stella lontana

osservata con un telescopio. Questa luce arriva sui nostri occhi, su uno schermo o su una lastra fotografica, dopo essere passata attraverso (almeno) una lente, cioè dopo aver attraversato l'equivalente di un foro di apertura pari al diametro della lente.

Per una stella lontana, l'immagine osservata attraverso la lente non è altro che la figura di diffrazione della stella, cioè una immagine non puntiforme, ma estesa, con apertura angolare data dalla formula (6a). Concludiamo che il raggio dell'immagine della stella, se la lente ha distanza focale f e diametro D , è:

$$(8) \quad r \approx 1,22 f \lambda / D$$

Le fotocamere dei satelliti spia utilizzano lenti di grande diametro per raccogliere molta luce o per qualche altro motivo?

E' evidente, per quanto detto, che quando due sorgenti puntiformi sono molto vicine le loro immagini, allargate dalla diffrazione, si sovrappongono parzialmente, fino a impedire di distinguerle. Si ammette in pratica, secondo un criterio stabilito dal fisico inglese Lord Rayleigh, che due sorgenti puntiformi si possono distinguere quando la distanza fra i centri delle loro immagini è maggiore, o al limite uguale, al raggio dei dischi centrali. Cioè quando l'angolo fra le loro direzioni è maggiore o uguale a metà dell'apertura angolare del disco luminoso centrale data dalla formula (6a), che rappresenta dunque il potere risolutivo dello strumento ottico:

$$(9) \quad \Delta\alpha_{\text{ris}} \approx 1,22 \lambda / D$$

Esempio 4. Il potere risolutivo di un telescopio con una lente da 1 m di diametro.

Vogliamo calcolare, esprimendolo in gradi e in radianti, il potere risolutivo di un telescopio dotato di una lente obiettivo con diametro di un metro, nell'osservazione di una stella rossa e di una blu. Applicando la formula (9) per le lunghezze d'onda di 700 nm (rosso) e 450 nm (blu), si ha rispettivamente: $\Delta\alpha_{\text{ris, rosso}} \approx 1,22 \lambda/d = 1,22 \times 700 \cdot 10^{-9}/1 = 0,854 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 48,9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ$; $\Delta\alpha_{\text{ris, blu}} \approx 1,22 \lambda/d = 1,22 \times 450 \cdot 10^{-9}/1 = 0,549 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 31,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ$.

La diffrazione da un reticolo

Aumentando il numero delle fenditure di un interferometro di Young, si trova che le strisce luminose diventano via via più nette, sottili e della stessa luminosità. In generale, uno schermo con un gran numero di fenditure parallele ed equispaziate si chiama **reticolo**. Per realizzarlo si può deporre un sottile strato opaco su una lastra di vetro e poi intagliarvi le fenditure con una punta di diamante: si ottengono così anche migliaia di fenditure (o *linee*) per millimetro.

La differenza di cammino ottico fra le onde provenienti da due fenditure adiacenti di un reticolo dipende dalla direzione α rispetto alla normale al reticolo esattamente come nel caso dell'apparato di Young (\rightarrow figura 3): $\Delta x = d \sin \alpha$, dove d è la distanza fra due fenditure successive. Ed è la stessa per tutte le coppie di fenditure successive. A ciò corrisponde quindi la differenza di fase data dalla formula (1): $\Delta\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha$. Vale pertanto ancora la condizione (2)

per la direzione dei massimi di luce prodotti dall'interferenza costruttiva, quando $\Delta\phi$ è un multiplo intero di 2π , questa volta fra il gran numero di onde provenienti dalle numerose fenditure del reticolo

$$(10) \quad \sin \alpha = k \frac{\lambda}{d}, \quad \text{con } k = 0, 1, 2, \dots$$

Quando un reticolo è dotato di molte fenditure vicine fra loro, la distanza d fra due fenditure successive, chiamata anche *passo reticolare*, è assai piccola. In tal caso i valori di k che soddisfano la condizione (2) sono relativamente pochi perché, essendo sempre minore o uguale all'unità il valore assoluto di $\sin \alpha$, deve essere $|k| \leq d/\lambda$.

Le direzioni dei massimi di luce, come mostra la formula precedente, dipendono dalla lunghezza d'onda della luce, e in effetti una figura di diffrazione costituita da righe sottili si ottiene soltanto se sul reticolo incide luce monocromatica. Cosa avviene, invece, quando la luce è bianca? La luce di ciascuna lunghezza d'onda produce un massimo nelle direzioni per cui la condizione (2) è verificata per qual valore di λ . E quindi sullo schermo non vengono proiettate delle righe, ma delle fasce luminose colorate che rappresentano i diversi colori che costituiscono la luce bianca.

Un reticolo, in altre parole, disperde la luce. In modo simile a un prisma, ma assai più efficacemente quando il passo reticolare d è molto piccolo, perché ciascuno spettro viene proiettato su un angolo molto maggiore rispetto al caso di un prisma. E infatti i reticoli costituiscono parte essenziale degli **spettrometri**, che sono usati per determinare lo spettro della luce. Questi apparecchi trovano impiego in particolare in astronomia, per esaminare lo spettro delle radiazioni provenienti dalle stelle che fornisce importanti indicazioni sulle loro caratteristiche.

Esempio 5. L'estensione angolare dello spettro della luce fornito da un reticolo.

Vogliamo calcolare l'angolo su cui si estende lo spettro della luce bianca fornito da un reticolo di diffrazione con 1000 linee/mm.

La distanza fra due linee successive del reticolo è $d = 1 \text{ mm}/1000 = 10^{-6} \text{ m}$. Le lunghezze d'onda estreme dello spettro visibile sono 720 nm (rosso) e 360 nm (violetto).

Ponendo $k = 1$ nella formula (2), ricaviamo la direzione per cui si ha interferenza costruttiva: $\alpha = \arcsen(\lambda/d)$. Questi angoli per il rosso e per il violetto valgono rispettivamente:

$\alpha_{\text{rosso}} = \arcsen(7,2 \cdot 10^{-7}/10^{-6}) = 46,1^\circ$, $\alpha_{\text{violetto}} = \arcsen(3,6 \cdot 10^{-7}/10^{-6}) = 21,1^\circ$. E quindi l'estensione angolare dello spettro è $46,1 - 21,1 = 25,0^\circ$, assai maggiore di quella che si ottiene con un prisma (→ Esempio 1).

Approfondimento 2. I cristalli: un reticolo naturale per studiare i raggi X.

Le distanze fra gli atomi che costituiscono un cristallo sono tipicamente dell'ordine di 0,1 nm. E quindi i cristalli costituiscono dei reticoli di diffrazione "naturali" con passo reticolare straordinariamente piccolo. Che sono certamente inadatti per la luce visibile, ma che si sono rivelati preziosi nello studio delle onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda assai più piccola, in particolare dei raggi X.

Fu infatti usando un cristallo come reticolo di diffrazione che il fisico tedesco Max von Laue nel 1912 poté misurare la lunghezza d'onda dei raggi X, che erano stati scoperti nel 1895 da Wilhelm Conrad Roentgen (→ pag. xxx) ma la cui natura era rimasta a lungo misteriosa. La diffrazione a raggi X, d'altra parte, costituisce un potente mezzo per lo studio dei cristalli e in generale della materia. Usando raggi X di lunghezza d'onda nota è infatti possibile non soltanto ricavare la distanza fra gli atomi di un cristallo e studiarne la disposizione, ma anche esaminare la forma di molecole complesse. Proprio questa tecnica, per esempio, permise nel 1953 a J.D. Watson e a F.H Crick di stabilire la struttura a doppia elica della molecola del DNA.

Figura 7. L'ombra della lametta da barba, esaminata in dettaglio, presenta contorni tutt'altro che netti, a causa della diffrazione della luce.

(Fotografia come in Bergamaschini, L'indagine del mondo fisico, vol. D, pag. 125)

Figura 8. Illuminiamo una fenditura con luce monocromatica e raccogliamo sullo schermo la luce che l'ha attraversata. L'immagine in alto, una striscia sottile, è stata ottenuta con una fenditura relativamente larga. Le immagini sottostanti, ottenute con fenditure via via più strette, mostrano che la striscia centrale si allarga e attorno ad essa compare una serie di frange laterali. Ciò è dovuto alla diffrazione della luce.

(Adattare da Amaldi, Fisica, vol. 2, pag. 337, o simile)

Figura 9. La luce che passa attraverso la fenditura si sparpaglia attorno. Quando raggiunge lo schermo, vi forma una *figura di diffrazione* costituita da una alternanza di frange luminose e scure. La luminosità delle frange diminuisce assai rapidamente con la distanza da quella centrale.

(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 131 fig. 18, sostituendo la scritta W con d)

Figura 10. Le frange scure sullo schermo si ottengono quando tutte le coppie di onde provenienti dalla parte alta e dalla parte bassa della fenditura (dai punti 1 e 1', 2 e 2', 3 e 3', ...) interferiscono negativamente fra loro. Cioè quando la differenza di cammino fra le due onde di ciascuna coppia è $(D/2) \sin \alpha = \lambda/2$.
(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 131 fig. 19, sostituendo le scritte W con D)

Figura 11. La figura di diffrazione prodotta dal passaggio della luce attraverso un foro circolare è costituita da un disco luminoso attorno al quale si alternano anelli scuri e anelli luminosi.
(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 136 fig. 21)

Figura 12. Le immagini delle due sorgenti puntiformi si sovrappongono al punto da non poterle distinguere. L'angolo fra le direzioni delle sorgenti, troppo piccolo, non soddisfa il criterio di Rayleigh.
(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 137 fig. 22, solo quella a sinistra)

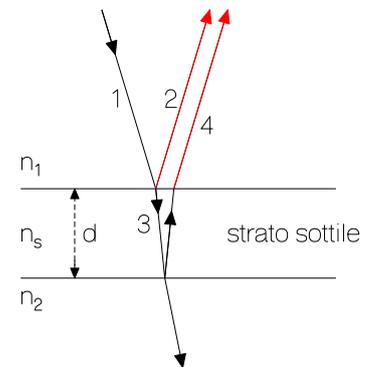
Figura 13. **Esperimento.** Un reticolo può funzionare anche per *riflessione*, oltre che per *trasmissione*. Potete esaminare questo fenomeno osservando la dispersione della luce del Sole, o di una lampada, riflessa dalla superficie di un CD. Su questa superficie l'informazione è codificata lungo una sottilissima spirale, le cui linee si comportano appunto come un reticolo di diffrazione. Noterete che l'effetto di dispersione dipende assai fortemente dall'inclinazione del CD rispetto alla sorgente e ai vostri occhi. Con questo semplice strumento potrete esaminare le differenze fra gli spettri prodotti da diverse sorgenti luminose: la fiamma del gas, una normale lampadina, una lampada fluorescente, un LED rosso, ...
(Fotografia di un CD che riflette luce colorata)

3.5 Alcuni fenomeni d'interferenza.

Qual è l'origine delle iridescenze che appaiono su una bolla di sapone o su una macchia d'olio sull'asfalto? Perché i vivaci colori delle ali delle farfalle o delle penne di certi uccelli cambiano a seconda della direzione di vista? Tutti questi fenomeni hanno origine nell'interferenza fra la luce riflessa dalle due superfici di un film sottile.

Consideriamo un fascio di luce che colpisce uno straterello trasparente, per esempio l'involucro di acqua saponata che racchiude una bolla di sapone. L'onda incidente, rappresentata dal raggio 1 in figura 14, viene in parte riflessa sulla superficie anteriore dello strato (raggio 2) e in parte rifratta al suo interno (raggio 3). L'onda rifratta, quando incontra la superficie posteriore dello strato, viene a sua volta parzialmente rifratta e parzialmente riflessa all'indietro verso la superficie anteriore dello strato. Qui viene nuovamente rifratta, emergendo così dallo strato sottile (raggio 4) con la stessa inclinazione dell'onda riflessa inizialmente (raggio 2). L'interferenza che ci interessa è quella fra queste due onde, che dipende dalla differenza di percorso fra esse, cioè dallo spessore del film sottile.

L'analisi si semplifica quando la luce incide quasi perpendicolarmente allo strato sottile, il quale ha indice di rifrazione n_s e si trova fra due mezzi con indici n_1 ed n_2 . L'onda rappresentata dal raggio 4 emerge dal film con un ritardo di fase $\Delta\phi$ rispetto all'onda riflessa (raggio 2), che dipende sia dallo spessore d del film che dal suo indice di rifrazione. Indicando con λ la lunghezza d'onda della luce nell'aria, quella nello strato (dove la velocità è c/n) è λ/n_s , sicché lo sfasamento va espresso come $\Delta\phi = 2\pi \times n_s/\lambda$, dove $x = 2d$ è il percorso totale all'interno dello strato.



Lo sfasamento fra le due onde, in conclusione, è

$$(11) \quad \Delta\phi = 4\pi d n_s/\lambda$$

Sappiamo che si ha interferenza costruttiva quando lo sfasamento $\Delta\phi$ è pari a un multiplo intero k di 2π . Da questa condizione si ricavano i valori dello spessore del film per cui la luce riflessa è massima:

$$(12) \quad d_k = k\lambda/2n_s \quad \text{con } k = 1, 2, 3, \dots$$

dove n_s è l'indice di rifrazione del film e λ la lunghezza d'onda della luce nel vuoto.

Esaminiamo qualche conseguenza della formula (12). La prima osservazione è che per un dato valore dello spessore, si ha interferenza costruttiva soltanto per certe lunghezze d'onda, non per le altre. Ecco perché la luce riflessa da uno straterello illuminato con luce bianca è colorata. Il fatto che i vari punti di uno strato possano riflettere luci di colori diversi si capisce facilmente immaginando che il suo spessore non sia costante, ma diverso, anche leggermente, da punto a punto. Notiamo poi che a volte lo spessore d del film è relativamente grande: in tal caso la condizione (12) è verificata per una molteplicità di lunghezze d'onda, cioè tutte quelle per cui $\lambda = 2n_s d/k$, sicché la luce di tutti quei colori viene riflessa assieme. Quando poi lo spessore è molto grande, la condizione precedente è verificata praticamente per tutte le lunghezze d'onda e allora la luce riflessa risulta bianca come quella incidente.

E i colori cangianti, che cambiano a seconda della direzione con cui si guarda l'oggetto? L'osservazione si interpreta tenendo presente che lo spessore del film attraversato dalla luce è $2d$ soltanto per incidenza normale o approssimativamente normale. Quando invece la luce incide con un angolo θ_i rispetto alla normale e l'angolo di rifrazione è θ_r , il percorso si allunga, diventando $2d/\cos \theta_r$. E quindi il colore della luce riflessa, per cui si ha interferenza costruttiva, cambia al variare dell'angolo di vista.

Notate che i risultati precedenti, rappresentati dalle formule (10) e (11), sono corretti soltanto quando gli indici di rifrazione dei tre mezzi in figura 14 sono tutti crescenti oppure tutti decrescenti. Infatti un'onda che viene riflessa dalla superficie di un mezzo più rifrangente di quello di provenienza non subisce variazioni di fase, mentre nel caso opposto subisce una inversione di fase, cioè viene sfasata di π . Se gli indici di rifrazione dei tre mezzi sono tutti crescenti, ciò non dà alcun contributo alla differenza di fase fra le due onde riflesse (2 e 4 in figura 14), e non ne dà neppure quando gli indici sono tutti decrescenti, dato che entrambe le onde subiscono lo stesso sfasamento quando vengono riflesse. Diversa è la situazione quando lo strato si trova fra due mezzi aventi indice di rifrazione più basso, come avviene per esempio nel caso di una bolla di sapone, dove i tre mezzi sono l'aria ($n \approx 1$), l'acqua saponata ($n = 1,34$) e ancora l'aria all'interno della bolla. Qui, per quanto detto, la riflessione dall'aria contro la parete anteriore dell'acqua saponata avviene senza sfasamento, mentre quella del raggio rifratto contro la parete posteriore del film avviene con uno sfasamento di $-\pi$, che va sommato a quello dovuto alla differenza di percorso, dato dalla formula (11).

La Fisica della tecnologia 2. I rivestimenti antiriflesso.

Quando la luce incontra la superficie di un corpo trasparente, per esempio il vetro di una lente, una piccola frazione (tipicamente, nel passaggio dall'aria al vetro, attorno al 4%) viene riflessa all'indietro. Queste riflessioni risultano generalmente indesiderate, negli strumenti ottici come negli occhiali da vista. Per ridurle, si deposita sulla lente uno strato sottile di spessore opportuno, chiamato **rivestimento antiriflesso**.

Lo spessore di questo strato viene calcolato in modo che l'onda proveniente dalla riflessione interna fra il film e il vetro (indicata dal raggio 4 in figura 14) abbia fase opposta a quella dell'onda riflessa sulla superficie esterna del film (indicata dal raggio 2) e quindi si abbia quindi interferenza distruttiva. Se l'indice di rifrazione dello strato antiriflettente è intermedio fra quelli dell'aria e del vetro, la condizione per l'interferenza distruttiva è che le due onde siano fra loro sfasate di π , cioè che il percorso totale nel film equivalga a mezza lunghezza d'onda; per cui lo spessore del film deve essere pari a $\frac{1}{4}$ della lunghezza d'onda (nel film). Per questo i rivestimenti antiriflesso si chiamano anche "film a quarto d'onda".

E' chiaro però che, così facendo, la cancellazione esatta del riflesso si ottiene soltanto per una data lunghezza d'onda. Allo scopo si sceglie di solito quella a cui l'occhio è più sensibile, cioè la luce giallo-verde. E allora questa luce viene eliminata e vengono fortemente ridotte quelle con le lunghezze d'onda adiacenti. Restano però i colori ai due estremi dello spettro, cioè rosso e blu, che vengono riflessi. Ciò spiega perché le lenti ricoperte da uno strato antiriflesso, per esempio quelle

delle macchine fotografiche, appaiano generalmente di colore porpora (una miscela di rosso e blu) oppure bluastro.

Esempio 6. Calcoliamo lo spessore minimo di uno strato per ottenere interferenza distruttiva.

Vogliamo calcolare lo spessore minimo di uno strato deposto sul vetro di una lente per cui si abbia interferenza distruttiva fra le due onde riflesse (\rightarrow figura 14). Lo strato è fatto di fluoruro di magnesio, con $n = 1,38$, la lunghezza d'onda da cancellare è $\lambda = 550$ nm (giallo-verde) e la luce incide pressoché normalmente alla lente.

Il valore dell'indice di rifrazione dello strato è intermedio fra quelli dell'aria e del vetro, e allora lo sfasamento fra le due onde riflesse dipende soltanto dalla lunghezza del percorso nello strato e dal valore del suo indice di rifrazione. Perché le due onde siano in opposizione di fase, dando luogo a interferenza distruttiva, deve essere $\Delta\phi = \pi$. Sostituendo questo valore nella formula (10), si ricava la condizione $\pi = 4\pi d n_s/\lambda$, cioè $d = \lambda/4n_s = 550/(4 \times 1,38)$ nm = 99,6 nm.

La Fisica della tecnologia 3. La lettura dei CD.

Nei CD (compact disc) l'informazione è codificata in forma "meccanica" attraverso una sequenza di minuscole "gobbe" disposte lungo una sottile spirale sulla loro superficie, formate in uno strato sottilissimo di metallo riflettente deposto su un supporto di plastica. Più precisamente, l'informazione che rappresenta la musica, le immagini o i testi contenuti nel CD è rappresentata in forma binaria, dove il segnale "1" corrisponde a una gobba seguita da un avvallamento o viceversa; il segnale "0", ai tratti continui delle gobbe o degli avvallamenti. Un opportuno codice, che provvede anche a compensare i possibili errori di lettura, fa poi corrispondere queste sequenze binarie alle informazioni che ci interessano.

Come avviene la lettura del CD? Il processo è basato sull'interferenza fra onde luminose. Un fascetto laser viene inviato perpendicolarmente al disco in rotazione, spostandolo gradualmente in modo che segua la spirale, mentre un rivelatore di luce osserva l'onda riflessa. Quando il fascetto incide su una gobba o su un avvallamento fra le gobbe, i raggi riflessi sono in fase e si ha interferenza costruttiva, sicché al rivelatore arriva un forte segnale. Si ha invece interferenza negativa, e segnale debole o nullo al rivelatore, quando il fascetto incide in parte su una gobba e in parte su un avvallamento, cioè in corrispondenza delle transizioni fra gobbe e avvallamenti o viceversa. Ciò perché in tal caso le due onde riflesse hanno fase opposta, dato che l'altezza delle gobbe è pari a $1/4$ d'onda in modo che la differenza di cammino fra le due onde sia di mezza lunghezza d'onda.

Qualche numero permetterà di rendersi conto della raffinatezza di questa tecnologia. La spirale ha una larghezza di $0,5 \mu\text{m}$ e se la si srotolasse sarebbe lunga circa 5 km. Il disco contiene circa 5,6 miliardi di informazioni elementari (bit) raggruppate in circa 800 milioni di sequenze di 8 bit (byte). L'altezza delle gobbe rispetto agli avvallamenti, che dipende dalla lunghezza d'onda del laser di lettura, è tipicamente di circa 170 nm.

Figura A. La spirale sottilissima, che rappresenta le informazioni contenute nel CD, scorre sotto il fascetto laser. Quando la luce riflessa compie lo stesso percorso (come in a e in c) si ha interferenza costruttiva, sicché il segnale luminoso che raggiunge il fotodiode rivelatore è molto intenso. Quando la luce riflessa incide su una transizione, cioè al passaggio da un avvallamento a una gobba o viceversa (come in b e in d), l'interferenza è negativa sicché il rivelatore vede un segnale debole o nullo.

(Adattare da Walker, Fisica, vol. 2, pag. 130 fig. 16, assegnando una lettera (a, b, c, d) ai grafici, aggiungendo un quarto grafico con la luce che cade sia sulla parte bassa che su quella alta della superficie in basso, aggiungendo la scritta moto del disco accanto alla freccia in basso)

Figura 14. L'onda luminosa che incide sullo strato sottile dà origine a due onde riflesse (raggi rossi), dovute rispettivamente alla riflessione parziale sulla superficie anteriore dello strato (raggio 2) e su quella posteriore (raggio 4). L'interferenza fra le due onde dipende dalla loro differenza di percorso, cioè dallo spessore d dello strato e dal suo indice di rifrazione e dalla lunghezza d'onda. Sicché si avrà interferenza costruttiva per determinati colori, che si manifesteranno nella riflessione complessiva, negativa o distruttiva per altri che non vi compariranno.

3.6 Emissione e assorbimento delle onde luminose

Utilizzando un prisma o un reticolo di diffrazione possiamo decomporre la luce di una sorgente luminosa - sia essa una fiamma, una lampada elettrica o una stella - per esaminarne lo spettro, cioè come è distribuita l'energia fra le onde delle diverse frequenze (o lunghezze d'onda) che la costituiscono.

Nel caso della luce emessa dai corpi incandescenti lo spettro è continuo, cioè si osserva una striscia luminosa nella quale i colori variano con continuità (→ figura 15), indicando che l'emissione di queste sorgenti contiene tutte le lunghezze d'onda del visibile, sia pure con dosaggi diversi che si manifestano con intensità differenti in corrispondenza dei diversi colori. Ciò avviene per la luce emessa sia dai corpi incandescenti solidi e liquidi, sia anche dal Sole e delle stelle, che si trovano nello stato di plasma, cioè a temperature così elevate che i loro atomi sono ionizzati, ossia separati in nuclei ed elettroni dotati di cariche elettriche di segno opposto.

In tutti questi casi la luce proviene dall'**emissione termica** (→ Tomo II, pag. xxx), cioè dall'irraggiamento di onde elettromagnetiche da parte degli atomi in ragione della temperatura a cui essi si trovano, che ne determina lo stato di agitazione termica. Questo fenomeno è descritto dalla *legge di Stefan-Boltzmann*, secondo la quale la potenza irradiata dall'unità di superficie di un corpo che si trova alla temperatura assoluta T è:

$$(13) \quad P = \sigma e T^4$$

Ricordiamo che l'energia cinetica media delle molecole dei corpi è direttamente proporzionale alla loro temperatura assoluta (→ Tomo II, I gas perfetti, Unità 2).

dove $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$ è la costante di Stefan-Boltzmann ed e rappresenta il **potere emissivo** o *emissività* della superficie del corpo: un numero compreso fra 0 e 1. E quindi la potenza emessa dipende assai fortemente dalla temperatura: raddoppiando la temperatura di un corpo, la potenza emessa aumenta di $2^4 = 16$ volte.

La legge di Stefan-Boltzmann (13) stabilisce la potenza totale dell'emissione, ma non come questa è distribuita alle diverse lunghezze d'onda. Questa distribuzione è mostrata nella figura 16 per alcune temperature: si tratta di una distribuzione continua, che copre un'ampia gamma di lunghezze d'onda, privilegiando lunghezze d'onda sempre minori all'aumentare della temperatura del corpo emittente. Vale in proposito la *legge di Wien*, secondo la quale il massimo dell'emissione si trova a una lunghezza d'onda λ_{max} inversamente proporzionale alla temperatura assoluta:

$$(14) \quad \lambda_{\text{max}} = A / T$$

dove la costante vale $A = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$.

Esempio 7. Calcoliamo la lunghezza d'onda a cui la luce solare presenta il massimo.

Sappiamo che la temperatura della superficie del Sole è circa $T_S = 5800 \text{ K}$. Dalla formula (14) ricaviamo la lunghezza d'onda della luce corrispondente al massimo dello spettro: $\lambda_{\text{max}} = A / T = 2,898 \cdot 10^{-3} / 5800 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$. Si tratta cioè di una luce verde, con lunghezza d'onda non lontana da quella per cui la sensibilità dell'occhio è massima. Ma allora perché il Sole ci appare giallo? (per rispondere, provate a esaminare la figura 16)

Esempio 8. Calcoliamo la potenza irradiata da un radiatore del termosifone.

Consideriamo un termosifone che si trova alla temperatura di 80°C , con superficie utile $S = 1,5 \text{ m}^2$ avente potere emissivo $e = 0,8$. La temperatura assoluta del radiatore, rappresentata con tre cifre significative, è $T = 273 + 80 = 353 \text{ K}$. Dalla legge di Stefan-Boltzmann (13) ricaviamo $P_S = \sigma e T^4 = 5,670 \cdot 10^{-8} \times 0,8 \times 353^4 = 704 \text{ W}/\text{m}^2$. E quindi la potenza irradiata è: $P = SP_S = 1,5 \times 704 = 1056 \text{ W}$. Ma è questa veramente la potenza ceduta dal termosifone all'ambiente per irraggiamento? La risposta è no, perché l'ambiente irraggia a sua volta energia verso il termosifone, che l'assorbe. Se, per esempio, l'ambiente si trova a 20°C , cioè alla temperatura assoluta di $20 + 273 = 293 \text{ K}$, esso emetterà proporzionalmente a $293^4 = 7,37 \cdot 10^9$, che è certamente minore di $353^4 = 15,5 \cdot 10^9$, ma tutt'altro che trascurabile.

Caratteristiche assai diverse presentano invece gli spettri emessi dalle sostanze gassose quando sono riscaldate oppure percorse da una corrente elettrica, come avviene nelle lampade fluorescenti. Si tratta infatti di *spettri discreti*, costituiti da righe luminose su un fondo scuro, indicando come in questi casi la luce sia emessa soltanto a determinate lunghezze d'onda. Queste lunghezze d'onda sono caratteristiche delle sostanze, più precisamente degli atomi degli elementi chimici che le costituiscono.

Per esempio, se riscaldate sulla fiamma del gas un pizzico di sale da cucina (NaCl) vedrete una intensa luce gialla, emessa dai vapori del sodio; lo spettro di questo elemento, mostrato nella parte a) della figura 17, presenta infatti due righe molto intense e vicinissime fra loro, con lunghezza d'onda di circa 590 nm. Gli atomi dei vapori di altri elementi emettono altre righe caratteristiche. Sicché quando si esamina uno spettro, le righe che si osservano permettono di stabilire quali elementi chimici hanno partecipato all'emissione. Questo metodo di analisi chimica, chiamato **analisi spettrale**, non soltanto è straordinariamente sensibile in quanto permette di rivelare anche tracce minime di un elemento, ma può essere applicato anche alla luce di corpi lontanissimi, come il Sole o le stelle. Cioè possiamo fare a distanza l'analisi chimica di una stella, esaminando lo spettro della sua luce, per stabilire quali elementi vi siano presenti.

Esaminando lo spettro di una luce bianca che ha attraversato i vapori di una sostanza ad alta temperatura si osserva uno spettro continuo nel quale però sono presenti delle righe nere. Ciò indica che la sostanza ha assorbito la luce alle lunghezze d'onda corrispondenti a queste righe. Nel caso del sodio, in particolare, lo spettro comprende due righe nere attorno a 590 nm, cioè alle stesse lunghezze d'onda caratteristiche dell'emissione luminosa da parte di questo elemento. Possiamo perciò concludere che le sostanze assorbono le stesse radiazioni che emettono quando vengono eccitate.

Anche questa proprietà viene utilizzata per analizzare la composizione chimica delle sostanze presenti nelle fiamme come nelle stelle, attraverso l'esame degli *spettri di assorbimento*: le righe nere presenti in questi spettri corrispondono alle lunghezze d'onda caratteristiche delle emissioni degli elementi presenti.

La presenza di un elemento chimico si manifesta con la presenza di righe colorate negli *spettri di emissione*, di righe nere negli *spettri di assorbimento*.

Ragionamenti in qualche modo simili ai precedenti spiegano il colore dei corpi, cioè perché i corpi assorbono la luce di certe lunghezze d'onda e non delle altre, che essi diffondono all'indietro manifestando così il loro colore. Quando un'onda elettromagnetica colpisce un corpo, essa pone in vibrazione le particelle cariche che lo costituiscono, esattamente come un diapason colpito da un'onda sonora. Nel caso della luce, se la frequenza dell'onda luminosa è diversa da quella dei minuscoli oscillatori costituiti dagli elettroni esterni e dagli atomi a cui essi sono legati, gli elettroni vibrano alla frequenza della luce, riemettendo luce riflessa o diffusa a secondo della forma macroscopica della loro superficie. Quando invece la frequenza della luce è prossima a quella degli oscillatori atomici, si verifica il fenomeno della risonanza (→ pag. xxx): le oscillazioni degli elettroni assumono grande ampiezza e l'energia dell'onda luminosa viene assorbita.

Nei metalli, in particolare, si trova un gran numero di elettroni liberi di muoversi al loro interno, gli stessi a cui si deve la proprietà di condurre sia la corrente elettrica sia il calore. Quando la superficie di un corpo metallico è investita dalla luce, questi elettroni vengono posti in vibrazione, sicché assorbono la luce di tutte le lunghezze d'onda, che vibrando poi riemettono. Così la luce non penetra all'interno del metallo, ma viene riflessa dalla sua superficie.

Collegamento con la storia 3. La scoperta dell'elio.

L'elemento chimico più leggero dopo l'idrogeno è l'**elio**. L'atomo di idrogeno possiede soltanto un protone, che ne costituisce il nucleo, e un elettrone che vi orbita attorno; l'atomo di elio ha il nucleo formato da due protoni e da due neutroni, attorno al quale orbitano due elettroni. In condizioni normali l'elio è un gas incolore, inodore e chimicamente inerte (gas nobile), che può essere liquefatto soltanto portandolo a una temperatura bassissima ($T = 4,2 \text{ K}$).

Nell'universo, sia nelle stelle che nel gas interstellare, l'elio è l'elemento più abbondante

dopo l'idrogeno, ma sulla Terra esso è presente soltanto in quantità relativamente modeste: appena 5 parti per milione nell'atmosfera. Ciò aiuta a capire perché l'elio sia stato scoperto soltanto nella seconda metà dell'Ottocento, quando si conoscevano già quasi tutti gli elementi chimici, e perché sia stato individuato nella luce del Sole.

La scoperta dell'elio risale infatti al 1868, quando l'astronomo francese Pierre Jansen, esaminando durante un'eclisse lo spettro della luce proveniente dalla cromosfera solare (la parte più esterna dell'atmosfera del Sole) individuò una riga gialla a 587,5 nm, che però egli attribuì al sodio. Appena pochi mesi dopo, l'astronomo britannico Norman Lockyer osservò la stessa riga nella luce del Sole, stabilendo tuttavia che la sua lunghezza d'onda era diversa da quelle delle righe del sodio. Questa riga doveva dunque provenire da un nuovo elemento chimico, al quale Lockyer attribuì il nome greco del Sole (Helios). Ma soltanto nel 1895 l'elio fu individuato sulla Terra, in un minerale chiamato cleveite, e classificato prima come non metallo, poi come gas nobile.

La Fisica attorno a noi 2. La temperatura dei corpi incandescenti si può “vedere”.

Non soltanto la potenza, ma anche il colore della luce emessa da un corpo incandescente dipende fortemente dalla temperatura a cui esso si trova. La figura 16 mostra che, all'aumentare della temperatura fra 3000 e 6000 K, una parte crescente dell'emissione cade nel visibile e soprattutto cambia la composizione dello spettro. Alle temperature più basse domina il rosso cupo, ma poi

intervengono radiazioni di lunghezze d'onda via via minori sicché il colore della luce emessa si trasforma prima in arancione, poi in bianco e infine in blu e violetto. Quindi semplicemente guardando un corpo si può stabilirne la temperatura, sia pure assai approssimativamente: le stelle “rosse”, per esempio, sono le più fredde mentre quelle “blu” hanno temperature di alcune decine di migliaia di gradi.

Il rosso o il giallo sono considerati normalmente colori più “caldi” del verde o del blu. Questo va benissimo nel linguaggio comune, ma non è fisicamente corretto. Per emettere luce blu, infatti, un corpo deve trovarsi a temperature alquanto maggiori di uno che emette luce rossa.

Questo fenomeno è utilizzato in pratica nei **pirometri**, strumenti ottici usati per misurare la temperatura di corpi incandescenti (sui quali sarebbe evidentemente sconsigliabile disporre un termometro ...). In un pirometro, un sistema ottico invia su uno schermo sia la luce proveniente dal corpo a temperatura incognita sia quella proveniente da un filamento calibrato, che una corrente elettrica riscalda a temperature note. Variando l'intensità della corrente nel filamento, si può rendere il colore della luce emessa dal filamento uguale a quella del corpo, e quindi stabilirne la temperatura.

In quali industrie si impiegano questi strumenti? Certamente nell'industria ceramica, dove la cottura del prodotto deve svolgersi in forni a temperature ben controllate. E infatti una prima versione del pirometro fu inventata del famoso vasaio inglese Josiah Wedgwood nella seconda metà del Settecento, all'inizio della Rivoluzione industriale.

Figura. Immagini dello schermo di un pirometro: a sinistra, quando la temperatura del filamento calibrato (tratto orizzontale al centro) è inferiore a quella del corpo incandescente (macchia rossa); a destra, nel caso opposto. La misura si esegue riscaldando il filamento fino a che il colore del tratto orizzontale coincide con quello della macchia rossa, indicando che la temperatura (incognita) del corpo caldo è uguale a quella (nota) del filamento.

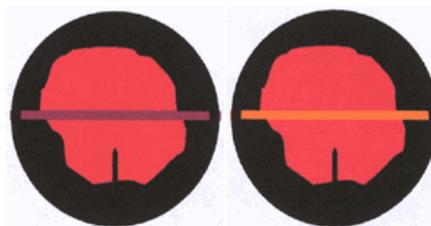


Figura 15. Lo spettro luminoso emesso da una lampadina a incandescenza cambia notevolmente al variare della temperatura dal filamento. Più precisamente, all'aumentare della temperatura, lo spettro si arricchisce di luce a lunghezze d'onda via via minori, sicché il colore, inizialmente rossastro, tende al bianco. (tre fotografie come in Hecht, vol. 2, pag. 1023)

Figura 15a. **Esperimento.** a) Riscaldare alla fiamma del gas un chiodo, sorreggendolo con una pinza. Osserverete che, man mano che si riscalda, il chiodo emette radiazione elettromagnetica, di intensità via via crescente. Fino a circa 600°C esso genera radiazione infrarossa; a temperature maggiori emette anche luce visibile, con una luminosità che aumenta gradualmente mentre il colore cambia da rosso scuro a rosso vivo e arancione, con tonalità sempre più vicine al bianco. b) Ripetete l'esperimento, ottenendo risultati analoghi, facendo passare una corrente di intensità variabile in

una lampadina. Utilizzate un pila e una lampadina prevista per una tensione inferiore a quella della pila, collegata alla pila attraverso una resistenza variabile. Riducendo il valore della resistenza, e quindi aumentando l'intensità della corrente, la luce emessa dalla lampadina diventa sempre più intensa e bianca, più dell'usuale. Fino a che il filamento della lampadina, riscaldato eccessivamente, s'interromperà a causa della sublimazione del metallo.

(a) vignetta da fare, b) schema del circuito)

Figura 16. La potenza totale irraggiata da un corpo aumenta fortemente al crescere della temperatura. La lunghezza d'onda a cui si ha il massimo dell'emissione è inversamente proporzionale alla temperatura. Potete costruire interattivamente questi grafici, con indicazione dello spettro visibile, collegandovi al sito Web http://www.lucevirtuale.net/percorsi/b1/corpo_nero.html. (sfondo grigio tenue su tutto il grafico, salvo che nel rettangolo delimitato al centro; in corrispondenza dell'asse verticale aggiungere la scritta: potenza irraggiata in funzione della lunghezza d'onda)

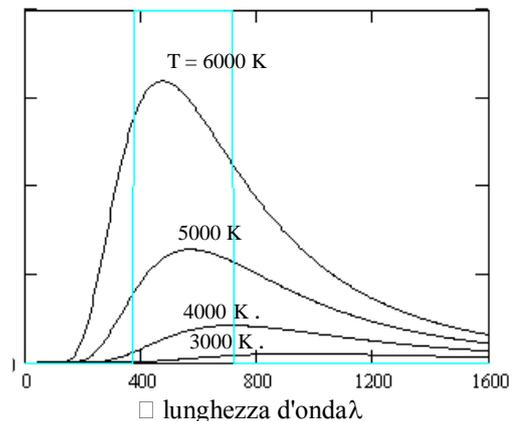


Figura 17. Gli spettri emessi eccitando gas o vapori (riscaldandoli fortemente oppure facendoli attraversare da una corrente elettrica) sono *discreti*, cioè costituiti da un insieme di righe caratteristiche degli elementi chimici presenti. Lo spettro del sodio (a) è caratterizzato dalla presenza di due righe gialle vicinissime (a 589,0 e 589,6 nm); lo spettro dell'elio (b) contiene anch'esso una riga gialla, ma alla lunghezza d'onda di 587,5 nm, diversa da quelle del sodio. (a) spettro del sodio da trovare, b) adattare da Hatier, vol C/E, pag. 309)

Figura 18. Nell'illuminazione stradale si utilizzano spesso le *lampade al sodio*, nelle quali una scarica elettrica attraversa i vapori di sodio contenuti in un tubo di vetro. Alla luce di queste lampade, di colore giallo arancio, contribuiscono essenzialmente le due righe gialle caratteristiche di questo elemento, a circa 590 nm. Queste lampade sono molto diffuse grazie al loro elevato rendimento (oltre il 60%) nella conversione dell'energia elettrica in energia luminosa.

(fotografia di una lampada stradale al sodio)

Test di verifica

1) I mezzi trasparenti nei quali la velocità della luce è diversa a seconda della lunghezza d'onda si chiamano

dissipativi dispersivi rifrangenti

2) Sottolineate gli errori che individuate nelle frasi seguenti.

La luce colorata che emerge da un prisma di vetro investito da luce bianca manifesta il fenomeno della **rifrazione (dispersione)** della luce, per cui le onde con diverse lunghezze d'onda che costituiscono la luce bianca vengono **modificate (separate)**. Queste emergono poi dal prisma in direzioni differenti, con deviazione **maggiore (minore)** per il rosso, **minore (maggiore)** per il violetto.

3) Nell'acqua, nel vetro e in molti altri mezzi trasparenti, l'indice di rifrazione

aumenta leggermente è costante diminuisce leggermente
all'aumentare della frequenza delle onde luminose

4) Un corpo ci appare di colore verde quando la sua superficie :

assorbe rifrange diffonde
le onde luminose di tutte le lunghezze d'onda salvo quelle che noi percepiamo come verde

5) Vero o falso?

V F

Disperdere la luce significa separarla nelle onde, con diverse lunghezze d'onda, che la costituiscono

Un prisma di vetro disperde la luce perchè si comporta come una lente divergente

Il colore di un corpo è una sua proprietà intrinseca

Un corpo ci appare nero quando assorbe tutti i colori della luce

L'esperimento di Young dimostrò che la luce si propaga in linea retta

Lo spettro solare si estende soltanto nella gamma della luce visibile

Attraversando mezzi diversi, la frequenza di un'onda luminosa si mantiene costante

6) La sovrapposizione di due onde luminose

non può mai produrre può produrre produce sempre

il buio.

7) La figura d'interferenza che si osserva sullo schermo di un interferometro a doppia fenditura si spiega grazie alla

differenza di fase fra le onde luminose che vengono emesse dalle due fenditure

diversa lunghezza d'onda delle onde luminose emesse dalle due fenditure

differenza di cammino ottico per le onde emesse dalle due fenditure in ciascuna direzione

8) Si verifica interferenza distruttiva fra due onde della stessa ampiezza nei punti dove

il massimo positivo dell'una coincide con il massimo negativo dell'altra

entrambe assumono valore nullo

il massimo positivo dell'una coincide con il massimo positivo dell'altra

9) E' sicuramente impossibile ottenere due onde luminose in fase fra loro usando

due fenditure in un ostacolo due forellini in un ostacolo due candele

10) La prima frangia luminosa della figura d'interferenza di un interferometro di Young, con due fenditure distanti fra loro 1,1 mm e lo schermo a 3 metri da esse, si trova a 2 mm dal massimo centrale. Pertanto il colore della luce monocromatica che investe le fenditure è

rosso

verde

blu

11) La proposta di una teoria ondulatoria della luce, nella seconda metà del Seicento, si deve a
 Thomas Young Christiaan Huygens Isaac Newton

12) Correggete gli errori che individuate nelle frasi seguenti.

Nei secoli scorsi, la teoria corpuscolare della luce trovava un buon sostegno nella propagazione rettilinea della luce e nei fenomeni di **interferenza (riflessione)**. La teoria **ondulatoria (corpuscolare)** trovava difficoltà a spiegare la **diffrazione (propagazione)** della luce nel vuoto, che richiedeva l'esistenza dell'etere, una sostanza che nessuno aveva mai visto.

13) Gli scienziati accettarono la teoria ondulatoria della luce soltanto

alla fine del Seicento

durante il Settecento

nel corso dell'Ottocento

14) I contorni delle ombre, visti in dettaglio, non sono netti a causa del fenomeno della

riflessione

diffrazione

rifrazione

della luce.

15) Diminuendo il diametro di un forellino in un ostacolo sul quale incide la luce, il diametro del fascetto di luce che emerge dal forellino

aumenta

resta costante

diminuisce

16) Vero o falso?

V F

Le onde luminose possono aggirare gli ostacoli

La diffrazione si manifesta assai spesso nell'esperienza comune

Per osservare la figura di diffrazione prodotta da un reticolo conviene usare luce bianca

Isaac Newton fu il massimo sostenitore della teoria corpuscolare della luce

17) Il potere risolutivo di uno strumento ottico, cioè l'angolo sotto il quale si vede l'immagine di un oggetto puntiforme, è

direttamente proporzionale alla

indipendente dalla

inversamente proporzionale alla

lunghezza d'onda della luce proveniente dall'oggetto

18) Le iridescenze che si osservano in una macchia d'olio sull'asfalto s'interpretano ricorrendo al fenomeno della

diffrazione

riflessione

interferenza

della luce.

19) Il colore della luce complessivamente riflessa da uno strato sottile investito da luce bianca dipende

soltanto dallo spessore dello strato

soltanto dall'indice di rifrazione dello strato e dei mezzi fra cui esso si trova

da tutte le grandezze anzidette e anche dall'angolo di vista

20) Un reticolo di diffrazione, costituito da un gran numero di sottili fenditure equidistanti e parallele fra loro, può comportarsi come

una lente convergente

un prisma

una lente divergente

21) Aumentando il numero delle fenditure di un reticolo, le frange luminose

restano invariate

si allargano

si restringono

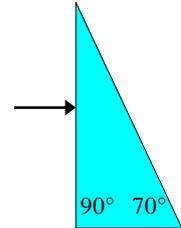
- 22) Aumentando il numero di linee per mm di un reticolo, la figura di diffrazione che si ottiene
 resta invariata s'infittisce a sua volta si dirada, perché le frange si allontanano fra loro
- 23) La figura di diffrazione prodotta da un reticolo con passo reticolare d , quando è illuminato da radiazione luminosa con lunghezza d'onda λ , presenta massimi luminosi in corrispondenza delle direzioni
 $\alpha_k = \arcsen(k\lambda/d)$ $\alpha_k = \arcsen(d/(k\lambda))$ $\alpha_k = k\lambda/d$
dove k è un numero intero.
- 24) Dopo aver letto l'inserto La Fisica della tecnologia 3 a pag. xxx, possiamo concludere che la luce laser usata nella lettura dei CD ha lunghezza d'onda di
 170 nm 340 nm 680 nm
- 25) Lo spettro della luce emessa da un corpo incandescente è
 continuo discreto costituito da un certo numero di righe luminose
- 26) La frequenza a cui si ha il massimo dell'emissione termica da un corpo è
 direttamente proporzionale alla indipendente dalla inversamente proporzionale alla sua temperatura assoluta
- 27) L'energia totale irradiata da un corpo per emissione termica è direttamente proporzionale
 alla al quadrato della alla quarta potenza della sua temperatura assoluta
- 28) Non proviene dall'emissione termica la luce
 di una fiamma di una lampada a incandescenza di una lampada fluorescente
- 29) Aumentando del 10% la temperatura del filamento di una lampadina, la potenza che esso irradia per emissione termica aumenta di circa
 il 10% il 20% il 50%
- 30) La radiazione termica emessa da un corpo che si trova a temperatura ambiente ha il massimo
 nell'infrarosso nel visibile nell'ultravioletto
- 31) Il massimo dell'emissione da un corpo caldo si trova alla lunghezza d'onda di 700 nm. Pertanto la temperatura del corpo è di circa
 400 °C 4000 K 40000 K
- 32) Raddoppiando la temperatura assoluta di un corpo, la potenza luminosa che esso emette
 aumenta di un fattore 4
 aumenta di un fattore 16
 varia di un fattore diverso dai precedenti
- 33) Esaminando lo spettro della luce emessa da un corpo incandescente si osserva uno spettro continuo nel quale vi sono alcune righe scure. Ciò si spiega ammettendo che
 si tratti dello spettro di righe emesso da gas eccitati e non da un corpo caldo
 il prisma utilizzato per disperdere la luce presenta dei difetti
 la luce del corpo incandescente sia passata attraverso gas o vapori che hanno assorbito la luce di determinate lunghezze d'onda

Problemi e quesiti

1. Spiegate brevemente perché un prisma di vetro disperde la luce bianca.

Risoluzione. La luce bianca, per esempio la luce solare, è costituita da una miscelanza di onde di diverse lunghezze d'onda. Queste, attraversando il prisma, vengono rifratte con angoli leggermente diversi perché la velocità della luce nel vetro, come in altri mezzi trasparenti, dipende, sia pur debolmente, dalla lunghezza d'onda, e con essa l'indice di rifrazione.

2. Un fascio di luce bianca incide perpendicolarmente su una faccia cateto del prisma di diamante in figura. Utilizzate i dati della tabella 1 per calcolare gli angoli, rispetto alla normale alla faccia ipotenusa, ai quali emergono dal prisma i raggi di colore rosso e violetto, rispettivamente.



Risoluzione. La luce che incide sul prisma non subisce deflessione, sicché colpisce la faccia cateto con angolo d'incidenza $\alpha_i = 20^\circ$. Gli angoli di rifrazione si calcolano utilizzando la legge di Snell

(\rightarrow Unità 1, pag. xxx), $\alpha_r = \arcsen(n \sin \alpha_i)$. Si ha pertanto $\alpha_{r, \text{rosso}} = \arcsen(2,401 \times 0,342) = 55,20^\circ$, $\alpha_{r, \text{violetto}} = \arcsen(2,448 \times 0,342) = 56,85^\circ$.

3. Spiegate brevemente perché il colore dei corpi dipende dalla luce che li illumina.

Risoluzione. Il colore che noi percepiamo di un corpo dipende dalle lunghezze d'onda della luce che investe il corpo e che esso riflette o diffonde verso di noi. E quindi dipende in modo decisivo dalla composizione spettrale della luce incidente.

4. Calcolate gli angoli a cui si hanno le prime tre frange luminose e le prime tre frange scure ($k = 0, 1, 2$) in un interferometro a doppia fenditura con $d = 1$ mm per le lunghezze d'onda di 700 nm e di 400 nm. Commentate brevemente i risultati dei calcoli.

Risoluzione. Le direzioni delle frange luminose sono date dalla formula (2): $\alpha_k = \arcsen(k\lambda/d)$. Per la luce a 700 nm si ha rispettivamente: $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = \arcsen(\lambda/d) = \arcsen(700 \cdot 10^{-9}/10^{-3}) = 0,0007$ rad, $\alpha_2 = \arcsen(2\lambda/d) = \arcsen(2 \times 700 \cdot 10^{-9}/10^{-3}) = 0,0014$ rad. Per la luce a 400 nm si ha rispettivamente: $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = \arcsen(\lambda/d) = \arcsen(400 \cdot 10^{-9}/10^{-3}) = 0,0004$ rad, $\alpha_2 = \arcsen(2\lambda/d) = \arcsen(2 \times 400 \cdot 10^{-9}/10^{-3}) = 0,0008$ rad. Le direzioni delle frange scure sono date dalla formula (3): $\alpha_k' = \arcsen((2k+1)\lambda/(2d))$. Per la luce a 700 nm si ha rispettivamente: $\alpha_0' = \arcsen(\lambda/(2d)) = \arcsen(700 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,00035$ rad, $\alpha_1' = \arcsen(3\lambda/(2d)) = \arcsen(3 \times 700 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,00105$ rad, $\alpha_2' = \arcsen(5\lambda/(2d)) = \arcsen(5 \times 700 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,00175$ rad. Per la luce a 400 nm si ha rispettivamente: $\alpha_0' = \arcsen(\lambda/(2d)) = \arcsen(400 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,0002$ rad, $\alpha_1' = \arcsen(3 \times 400 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,0006$ rad, $\alpha_2' = \arcsen(5 \times 400 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-3}) = 0,001$ rad. Si nota che, a eccezione della frangia chiara centrale, le direzioni delle frange chiare e oscure per le due lunghezze d'onda presentano sovrapposizioni fra loro. Quindi, illuminando l'interferometro con una miscela di luci dei due colori anzidetti, oppure con luce bianca, solo la frangia centrale risulterà ben visibile, mentre nelle altre i contributi alle diverse lunghezze d'onda si confonderanno fra loro.

5. Stabilite se le frange luminose sullo schermo di un interferometro a doppia fenditura sono equispaziate fra loro. Calcolate in particolare la distanza della frangia 1 da quella centrale e la distanza della frangia 6 dalla frangia 5, nel caso di un interferometro con distanza $d = 1$ mm fra le fenditure e distanza $L = 2$ m fra le fenditure e lo schermo, illuminato con radiazione gialla avente $\lambda = 589$ nm.

Risoluzione. Le frange luminose di un interferometro a doppia fenditura si trovano alle distanze $y_k = L \tan \alpha_k$ dalla frangia centrale, dove le direzioni α_k sono date dalla formula (4): $\alpha_k = \arcsen(k\lambda/d)$. Si ha pertanto $y_k = L \tan(\arcsen(k\lambda/d))$, che evidentemente non è una funzione lineare di k , indicando che non vi è proporzionalità diretta fra la distanza di una frangia da quella centrale e l'ordine k della frangia, e quindi che le frange non sono equispaziate fra loro. Si nota tuttavia che quando $k\lambda/d \ll 1$ si ha $y_k \approx k\lambda L/d$. In tal caso la proporzionalità è approssimativamente verificata e quindi le frange luminose sono approssimativamente equispaziate. Nel caso specifico si ha $\lambda/d = 589 \cdot 10^{-9}/10^{-3} = 5,89 \cdot 10^{-3}$. La distanza fra la frangia 1 e la frangia centrale è: $y_1 = L \tan(\arcsen(\lambda/d)) = 2 \times \tan(\arcsen(5,89 \cdot 10^{-3})) = 0,01178$ m. La distanza fra la frangia 6 e la frangia 5 è: $y_6 - y_5 = L (\tan(\arcsen(6\lambda/d)) - \tan(\arcsen(5\lambda/d))) = 2 (\tan(\arcsen(6 \times 5,89 \cdot 10^{-3})) - \tan(\arcsen(5 \times 5,89 \cdot 10^{-3}))) = 0,01180$ m. Cioè differisce dalla precedente di appena circa il 2 per mille.

6. Discutete brevemente i motivi per cui nel corso dell'Ottocento la teoria ondulatoria della luce ha prevalso su quella corpuscolare, menzionando a tale proposito anche il problema dell'etere.

Risoluzione. La teoria ondulatoria della luce ha prevalso su quella corpuscolare a seguito dei risultati degli esperimenti di Young e della loro presentazione da parte di Fresnel, perché la teoria corpuscolare non poteva spiegare in alcun

modo il fenomeno della diffrazione della luce. Il problema del mezzo in cui si dovevano propagare le onde luminose, cioè l'etere, fu poi risolto quando Maxwell chiarì che le onde luminose non sono onde elastiche, che possono propagarsi soltanto in un mezzo materiale, ma onde di natura elettrica e magnetica che possono propagarsi anche nel vuoto.

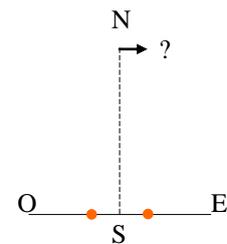
7. Vogliamo misurare la lunghezza d'onda di una luce ultravioletta con lunghezza d'onda di circa 100 nm (ovviamente non visibile) usando un interferometro a doppia fenditura sullo schermo del quale è posto un rivelatore di ultravioletto, che può essere spostato con passo discreto di 0,1 mm. Progettate l'apparato sperimentale, determinando i valori delle grandezze che lo caratterizzano, in modo che la sensibilità dell'esperimento, in termini di lunghezza d'onda, sia dell'ordine del 10% .

Risoluzione. Le grandezze che caratterizzano l'esperimento sono la distanza d fra le due fenditure e la distanza L fra le fenditure e lo schermo, che determinano, assieme alla lunghezza d'onda incognita, la distanza y fra la frangia luminosa centrale e la prima frangia luminosa. Applichiamo la formula (4) a una radiazione con lunghezza d'onda $\lambda_0 = 100$ nm, ricavando la seguente relazione fra le grandezze anzidette: $d y/L = 100$ nm. Sapendo che le posizioni che può assumere il rivelatore di ultravioletto sono discrete, con passo $\Delta y = 0,1$ mm, concludiamo che per ottenere una risoluzione dell'ordine del 10% occorre che il valore di y sia di circa 1 mm. Introducendo questo valore nella relazione precedente, si ha: $d/L = 100$ nm / 1 mm = 10^{-4} . Da questa, scegliendo ragionevolmente $d = 0,5$ mm, si ricava $L = 10^4 \times 0,5$ mm = 5 m.

8. Riflettendo la luce del Sole con uno specchietto, Carlo abbaglia il suo amico Matteo, che si trova nel palazzo di fronte, a 30 m di distanza. Avendo letto il paragrafo 4, Carlo si chiede quanto si allarga il fascio riflesso a causa della diffrazione (lo specchietto è rotondo con raggio di 3 cm), ma non ricorda la lunghezza d'onda della luce, rammentando soltanto che è dell'ordine di 1 μ m. Esponete le considerazioni di Carlo e le vostre.

Risoluzione. La luce emessa per riflessione dalla superficie di uno specchietto rotondo è del tutto analoga a quella emessa dalla superficie di un foro circolare dello stesso diametro, quando un ostacolo contenente il foro viene illuminato da un'onda piana. Sicché Carlo utilizza la formula (7), nella quale egli pone tuttavia $\lambda = 1$ μ m. Egli stabilisce pertanto che alla distanza $L = 30$ m a cui si trova Matteo il fascetto luminoso ha diametro $D_L \approx D + 2,44L\lambda/D = 0,06 + 2,44 \times 30 \times 10^{-6} / 0,06 = 0,06 + 0,00122$. Dove il termine dovuto alla diffrazione è molto minore dell'altro e quindi è del tutto trascurabile ai fini pratici. Tale termine, inoltre, risulterebbe ancora minore se nella formula si utilizzassero per la lunghezza d'onda della luce valori più realistici, cioè minori di 1 μ m.

9. Due antenne radio trasmettenti, che trasmettono uno stesso programma in fase alla frequenza di 1,25 MHz, si trovano a 960 metri di distanza fra loro in direzione Est-Ovest. Trovandoci 16 km a Nord delle antenne, in un punto equidistante da esse, la nostra radio riceve un segnale forte e chiaro, ma non possiamo accamparci, perché la zona è paludosa. Di quanto dobbiamo spostarci, lungo un sentiero diretto a Est per avere nuovamente un buon ascolto? (Lo schizzo non è in scala.)



Risoluzione. I risultati relativi all'interferenza delle onde luminose sono applicabili a qualsiasi altro tipo di onde e in particolare alle onde radio. Il problema si riconduce così a quello di un interferometro a due fenditure, corrispondenti alle due antenne, in questo caso a distanza $d = 960$ m. Queste emettono onde sferiche, che producono interferenza costruttiva nel punto dove ci troviamo, corrispondente alla frangia luminosa centrale dell'interferometro, con direzione $\alpha = 0$ rispetto alle antenne e distanza $L = 16$ km da esse. Spostandoci verso Est, troveremo nuovamente interferenza costruttiva nel punto corrispondente alla prima frangia luminosa ($k = 1$), cioè con direzione, data dalla formula (2), sen $\alpha_1 = \lambda/d$. Tale punto si trova dunque a distanza $x_1 = L \tan(\arcsen(\lambda/d))$ da quello iniziale. La lunghezza d'onda delle onde radio di frequenza $f = 1,25$ MHz è: $\lambda = c/f = 3 \cdot 10^8 / 1,25 \cdot 10^6 = 240$ m. Pertanto dobbiamo spostarci di $x_1 = 16 \cdot 10^3 \tan(\arcsen(240/960)) = 4131$ m.

10. Un altoparlante con diametro $d = 20$ cm emette un fascio di onde sonore. Valutate il raggio del fascio a 2 m dall'altoparlante quando esso emette un tono sinusoidale a 10 kHz (assumete $v = 340$ m/s per la velocità del suono).

Risoluzione. I risultati relativi alla diffrazione delle onde luminose sono applicabili a qualsiasi altro tipo di onde e in particolare alle onde sonore. Il fascio sonoro emesso dalla membrana circolare dell'altoparlante, che equivale a quello emesso da un foro dello stesso diametro in un ostacolo investito da un'onda piana, si allarga a distanza L a causa della diffrazione secondo la legge (7). Alla frequenza di 10 kHz la lunghezza d'onda del suono è: $\lambda = v/f = 340/10000 = 0,034$ m. Il diametro del fascio alla distanza $L = 2$ m è quindi: $D_L \approx D + 2,44 L \lambda/d = 0,2 + 2,44 \times 0,034 / 0,2 = 0,615$ m.

- 11.** La luce rossa di un laser di lunghezza d'onda $\lambda = 632,8$ nm alimenta un interferometro avente due fenditure che distano fra loro $d = 0,1$ mm. Calcolate la distanza fra la frangia luminosa centrale e la prima frangia scura della figura di diffrazione che appare su uno schermo posto a distanza $L = 2$ m dalle fenditure.

Risoluzione. Alla frangia luminosa centrale corrisponde la direzione $\alpha = 0$; alla prima frangia scura, la direzione α_1 che si ottiene dalla formula (3) ponendo $k = 0$, cioè $\sin \alpha_1 = \lambda/(2d)$. Da cui si ricava $\alpha_1 = \arcsen(\lambda/(2d)) = \arcsen(632,8 \cdot 10^{-9}/2 \cdot 10^{-4}) = 0,1813^\circ$. E quindi la distanza sullo schermo fra la prima frangia scura e la frangia luminosa centrale è $y_1 = L \tan \alpha_1 = 2 \tan(0,3625^\circ) = 6,33 \cdot 10^{-3}$ m = 6,33 mm.

- 12.** Chiara afferma che nella figura di diffrazione ottenuta dal passaggio della luce attraverso una sottile fenditura la frangia luminosa centrale è più estesa delle altre. Paola sostiene invece che tutte le frange luminose hanno la stessa estensione. Stabilite chi ha ragione secondo voi.

Risoluzione. L'angolo fra le direzioni di due frange scure successive si ricava dalla formula (5), ponendo per esempio $k = 2$ e $k = 1$: $\Delta\alpha \approx (2-1) \lambda/d = \lambda/d$. Mentre quello fra le direzioni delle due frange scure che delimitano la frangia centrale, dato dalla formula (6), è $\Delta\alpha_0 \approx 2 \lambda/d$, cioè doppio del precedente. E quindi ha ragione Chiara.

- 13.** Calcolate l'acuità visiva dell'occhio, cioè il suo potere risolutivo angolare, quando il diametro della pupilla è $D = 2,5$ mm, per la luce di lunghezza d'onda $\lambda = 550$ nm.

Risoluzione. Il potere risolutivo dell'occhio, cioè la sua capacità di distinguere due punti di un oggetto, è limitato dal fenomeno della diffrazione, nel passaggio della luce attraverso il foro della pupilla. Utilizzando la formula (9) si ha: $\Delta\alpha_{\text{ris}} \approx 1,22 \lambda/D = 1,22 \times 550 \cdot 10^{-9}/2,5 \cdot 10^{-3} = 2,7 \cdot 10^{-4}$ rad.

- 14.** L'immagine a fianco si vede assai meglio da lontano che da vicino. Spiegate perché.

(immagine fortemente quantizzata)

Risoluzione. L'immagine è fortemente quantizzata, cioè costituita da un numero ridotto di elementi d'immagine (pixel) di dimensioni relativamente grandi. Osservandola da vicino, si vedono distintamente e separatamente i pixel che la costituiscono, ma il suo complesso sfugge alla visione. Osservandola da lontano, la diffrazione dovuta al passaggio della luce attraverso la pupilla riduce la capacità di distinguere fra loro i singoli pixel, perchè le immagini diffratte dei pixel adiacenti si sovrappongono parzialmente sulla retina. Ciò facilita la visione complessiva dell'immagine.

- 15.** Lo spettro del sodio contiene due righe spettrali molto vicine, con lunghezze d'onda $\lambda_1 = 589,592$ nm e $\lambda_2 = 588,995$ nm. Per osservarle, utilizziamo un reticolo avente 1000 linee/mm e uno schermo posto a distanza $L = 0,8$ m dal reticolo. Calcolate la distanza fra le due righe nello spettro osservato sullo schermo.

Risoluzione. La distanza fra le fenditure del reticolo è $d = 1 \text{ mm}/1000 = 1 \mu\text{m}$. Gli angoli rispetto alla normale al reticolo per cui le direzioni delle onde provenienti dalle fenditure danno luogo a interferenza costruttiva sono date dalla formula (10) calcolata per $k = 1$, cioè: $\sin \alpha_1 = \lambda_1/d$, $\sin \alpha_2 = \lambda_2/d$. Pertanto la differenza fra le corrispondenti posizioni sullo schermo è: $y_1 - y_2 = L(\tan(\arcsen(\lambda_2/d)) - \tan(\arcsen(\lambda_1/d))) = 0,8 \times (\tan(\arcsen(589,592 \cdot 10^{-9}/10^{-6})) - \tan(\arcsen(588,995 \cdot 10^{-9}/10^{-6}))) = 1,13 \cdot 10^{-3}$ m = 1,13 mm.

- 16.** Una goccia di alcol etilico ($n = 1,36$) è caduta su una lastrina di vetro, creandovi un sottile straterello che noi osserviamo man mano che evapora. A un certo punto, guardando perpendicolarmente alla lastrina, una zona dello straterello ci appare di colore arancione ($\lambda = 600$ nm). Qual è, in quel momento, lo spessore minimo dello strato di alcol?

Risoluzione. L'indice di rifrazione dell'alcol ha valore intermedio fra quelli dell'aria e del vetro. L'interferenza costruttiva fra le due onde riflesse è rappresentata dalla formula (12) senza ulteriori correzioni. Lo spessore minimo corrisponde evidentemente a $k = 1$, per cui lo spessore dello straterello è: $d_1 = \lambda/2n = 600 \cdot 10^{-9}/(2 \times 1,36) = 221$ nm.

- 17.** Calcolate le lunghezze d'onda per cui si verifica interferenza costruttiva nella pellicola di una bolla di sapone con spessore di $0,5 \mu\text{m}$, osservata in direzione perpendicolare, sapendo che l'indice di rifrazione dell'acqua saponata è $n = 1,34$.

Risoluzione. La pellicola della bolla di sapone è uno strato sottile con indice di rifrazione maggiore di quello dei mezzi confinanti, cioè l'aria. Sappiamo che in questo caso al ritardo di fase dell'onda riflessa internamente rispetto a quella riflessa esternamente contribuisce sia lo spessore dello strato che l'inversione di fase che subisce l'onda riflessa internamente. Chiamando d lo spessore del film, lo sfasamento totale è $4\pi d n/\lambda + \pi$. Si ha interferenza costruttiva quando questo sfasamento è pari a un multiplo intero di 2π , cioè quando è verificata l'uguaglianza: $2k\pi = 4\pi d n/\lambda + \pi$

per $k = 1, 2, \dots$. La condizione per l'interferenza costruttiva si ha quindi per le lunghezze d'onda $\lambda_k = 4dn/(2k - 1)$. Nel nostro caso, per $\lambda_k = 4 \times 5 \cdot 10^{-7} \times 1,34 / (2k - 1) \text{ m} = 2680 / (2k - 1) \text{ nm}$. Si ha pertanto: $\lambda_1 = 2680 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 893 \text{ nm}$, $\lambda_3 = 536 \text{ nm}$, $\lambda_4 = 383 \text{ nm}$, $\lambda_5 = 298 \text{ nm}$, ... Di queste, cadono nel visibile le lunghezze d'onda λ_3 (verde) e λ_4 (violetto).

18. Ricalcolate le lunghezze d'onda per cui si ha interferenza nella bolla di sapone del quesito precedente in una parte di pellicola dove lo spessore si è ridotto del 10%.

Risoluzione. Le lunghezze d'onda per cui si ha interferenza costruttiva sono direttamente proporzionali allo spessore della bolla di sapone. Per calcolarle basterà quindi moltiplicare per il fattore 0,9 quelle ottenute risolvendo il quesito precedente: Si ha pertanto: $\lambda_1 = 0,9 \times 2680 = 2412 \text{ nm}$, $\lambda_2 = 0,9 \times 893 = 804 \text{ nm}$, $\lambda_3 = 536 \times 0,9 = 482 \text{ nm}$, $\lambda_4 = 345 \text{ nm}$, ... Di queste, cade nel visibile la lunghezza d'onda λ_3 (blu-verde).

19. Un giovane astronomo, incaricato di osservare una stella, dopo una lunga esposizione ne ottiene l'immagine su un rivelatore elettronico: questa è costituita da un dischetto con diametro $d = 20 \mu\text{m}$. Egli afferma pertanto, grazie a questa misura, di poter stabilire le dimensioni dell'astro, sapendo che l'obiettivo del telescopio è uno specchio con diametro di $D = 0,5 \text{ m}$ e distanza focale $f = 6 \text{ m}$. Esprimete il vostro parere su questa possibilità, svolgendo i calcoli a ciò necessari, e calcolate anche la lunghezza d'onda della luce della stella.

Risoluzione. Potrebbe darsi che l'astronomo abbia trascurato il fenomeno della diffrazione, per cui la luce proveniente da un oggetto puntiforme, viene diffratta attraversando una lente o venendo riflessa da uno specchio, producendo una immagine estesa. Per verificare questa ipotesi, calcoliamo il diametro dell'immagine, ricavandolo dalla formula (8), dove sceglieremo per la lunghezza d'onda un valore di prova ragionevole: $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$. Si ha $r_0 = 1,22f\lambda_0/D = 1,22 \times 6 \times 500 \cdot 10^{-9} / 0,5 = 8,8 \mu\text{m}$, cioè $d_0 = 17,6 \mu\text{m}$, che è compatibile con l'osservazione. Ammettendo che l'estensione dell'immagine osservata sia dovuta esclusivamente alla diffrazione, possiamo utilizzare ancora la formula (8) per calcolare la lunghezza d'onda della luce della stella, attribuendo alla diffrazione il raggio $r = d/2 = 10 \mu\text{m}$ dell'immagine osservata. $\lambda = rD/1,22f = 10 \cdot 10^{-6} \times 0,5 / (1,22 \times 6) = 683 \text{ nm}$. Dovrebbe dunque trattarsi di una stella rossa. Per assicurarci chiederemo all'astronomo il colore dell'immagine da lui raccolta.

20. Un corpo incandescente sferico di raggio $r = 0,5 \text{ cm}$, la cui superficie ha emissività $e = 0,9$, emette la potenza totale $P = 2500 \text{ W}$. Calcolate la temperatura T del corpo incandescente e la lunghezza d'onda a cui si ha il massimo dell'emissione.

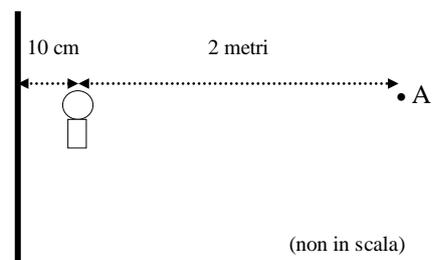
Risoluzione. La superficie del corpo incandescente è $S = 4\pi r^2 = 4 \times 3,14 \times (5 \cdot 10^{-3})^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Ricaviamo la sua temperatura dalla legge di Stefan-Boltzmann (13): $T = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma e S}} = \sqrt[4]{\frac{2500}{5,67 \cdot 10^{-8} \times 0,9 \times 3,14 \cdot 10^{-4}}} = 3534 \text{ K}$. A tale

temperatura, in base alla legge di Wien (14), il massimo dell'emissione si ha alla lunghezza d'onda: $\lambda = A/T = 2,898 \cdot 10^{-3} / 3534 = 820 \text{ nm}$, cioè nell'infrarosso.

21. Calcolate il fattore per il quale va moltiplicata la temperatura del corpo incandescente del Problema precedente perché il massimo dell'emissione si abbia nel rosso con $\lambda = 700 \text{ nm}$ e il fattore di aumento della potenza emessa a tale temperatura.

Risoluzione. Per spostare il massimo dell'emissione da 820 a 700 nm, occorre aumentare la temperatura del fattore $820/700 = 1,171$, cioè da $T = 3534 \text{ K}$ a $T' = 1,171 \times 3534 = 4140 \text{ K}$. La potenza emessa a questa temperatura aumenterà del fattore $(1,171)^4 = 1,88$, assumendo il valore: $P' = 1,88 P = 1,88 \times 2500 = 4701 \text{ W}$.

22. Una lampadina a incandescenza da 100 W irraggia uniformemente in tutte le direzioni con rendimento di conversione del 6,5% fra energia elettrica e radiazione luminosa. Calcolate il flusso di potenza (W/m^2) della luce nel punto A a 2 metri dalla lampadina. Ripetete il calcolo se a 10 cm dalla lampadina viene posto un grande specchio, perpendicolarmente alla direzione di osservazione del flusso luminoso. (Disegno da fare, sviluppando lo schizzo)



Risoluzione. Dato che la potenza luminosa P irraggiata dalla lampadina è distribuito uniformemente, il flusso di potenza a distanza $d = 2 \text{ m}$ è $P_s' = P/(4\pi d^2) = 100 \times 0,065 / (12,56 \times 2^2) = 0,129 \text{ W}/\text{m}^2$. Lo specchio, disposto come in figura, raddoppia approssimativamente il flusso luminoso, creando un'immagine della lampadina 10 cm "all'interno dello

specchio", che irraggia anch'essa. E quindi nel punto A si somma la radiazione proveniente direttamente dalla lampadina (P_S') e quella proveniente dalla sua immagine, che dista 2,2 m dal punto A: $P_S'' = 100 \times 0,065 / (12,56 \times 2,2^2) = 0,107 \text{ W/m}^2$. Sicché il flusso di potenza luminosa totale nel punto A è: $P_S = 0,129 + 0,107 = 0,236 \text{ W/m}^2$.