

Misurazioni del Pendolo

Eseguite grazie ad un fototraguardo

Sommario

Durante questo esperimento abbiamo eseguito varie misurazioni riguardanti un pendolo utilizzando solamente un fototraguardo permettendoci di trarre conclusioni riguardanti il periodo e l'ampiezza del pendolo.

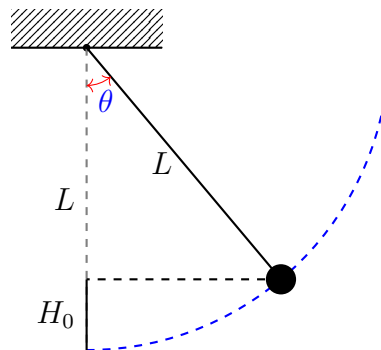
1 Obiettivi

Questo esperimento avrà come obiettivi quelli di misurare il periodo e l'ampiezza del pendolo utilizzando solo un fototraguardo.

1.1 Misurazione del periodo:

La misurazione del periodo può essere svolta contando il tempo tra le ostruzioni del pendolo, più precisamente il tempo tra la prima e la terza ostruzione

1.2 Misurazione dell'ampiezza:



L'ampiezza non è misurabile direttamente con il fototraguardo, ma è possibile farlo utilizzando il tempo in cui il fototraguardo è ostruito e il diametro della massa oscillante. Utilizzando questi due valori è possibile calcolare la velocità della massa:

$$v = \frac{d}{t}$$

da cui è possibile calcolare l'energia cinetica, che grazie alla conservazione dell'energia si trasformerà in energia potenziale gravitazionale da cui è possibile estrarre l'altezza della pallina:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad U = mgh$$

$$K_a = U_b$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgH_0$$

$$H_0 = \frac{\frac{1}{2}v^2}{g}$$

infine grazie all'altezza è possibile calcolare l'ampiezza dell'oscillazione:

$$\theta = \arccos \frac{l - H_0}{l}$$

2 Preparazione per l'esperimento

2.1 Pendolo:

Il pendolo utilizzato in questo esperimento consiste di un supporto a cui è agganciato un filo, lungo 1.625m, che è attaccato ad una massa sferica, di diametro 3cm. Il pendolo deve essere in piano e l'occhiello a cui è legato il filo deve essere orientato nella stessa direzione in cui si vuole fare oscillare il pendolo e preferibilmente inestensibile. La forma della massa deve essere radialmente simmetrica, questo è spiegato più precisamente nell'[appendice A](#).

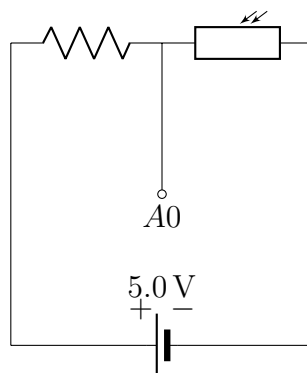
2.2 Fototraguardo:

Il fototraguardo è stato costruito utilizzando un laser ed una fotoresistenza: La fotoresistenza è allineata al laser ed il fascio luminoso si trova nel tragitto della massa oscillante nel punto di altezza minimo e passante per il centro della sfera. Quando la sfera ostruisce il fascio laser è possibile misurare un calo nell'intensità luminosa grazie alla fotoresistenza.

3 Circuito elettronico e codice

3.1 Circuito:

Il circuito elettronico è molto semplice e consiste di una resistenza e di una fotoresistenza, collegati ad una scheda Arduino che raccoglie i dati.



Il circuito permette di misurare il valore della fotoresistenza, che è inversamente proporzionale alla luce che riceve. Se la fotoresistenza non riceve luce allora il voltaggio misurato in A0 aumenterà, viceversa se la fotoresistenza viene illuminata il voltaggio misurato diminuirà.

3.2 Codice Arduino:

Arduino è una scheda elettronica che presenta un microcontrollore programmabile e ad essa è possibile connetterci sensori ed elaborare i dati ricevuti da essi. Nel nostro esperimento la scheda Arduino ha il compito di misurare il tempo di ostruzione e il tempo tra un'ostruzione e l'altra. Il codice si trova nell'[appendice B](#) dove viene spiegato dettagliatamente.

4 Acquisizione dei dati

4.1 Lancio:

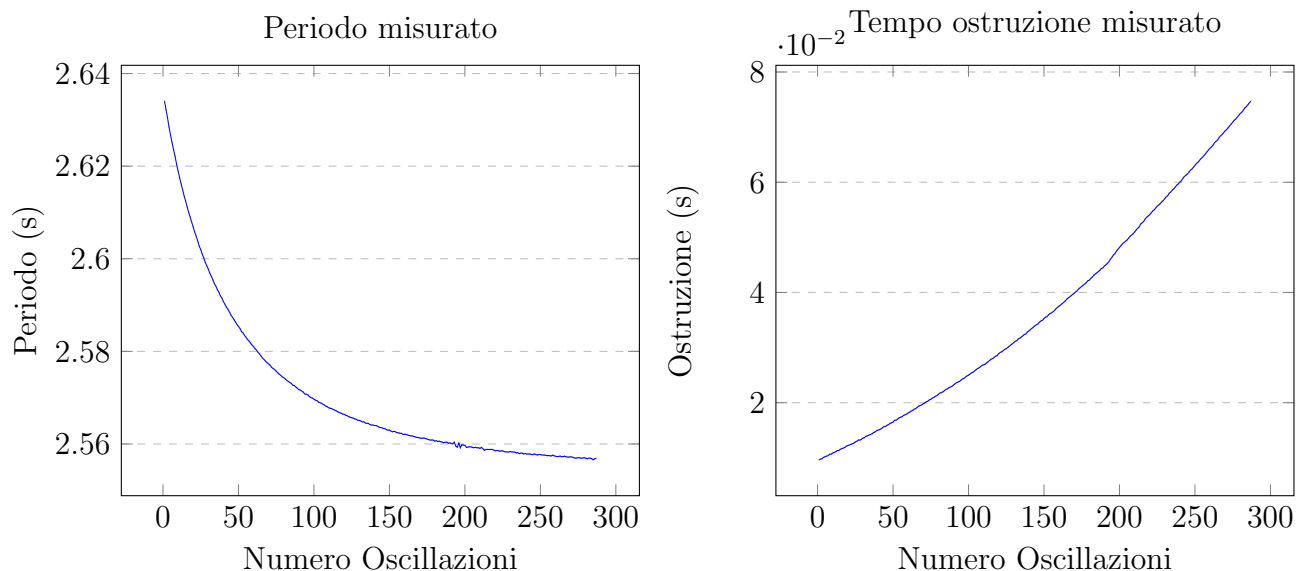
Per eseguire un lancio più preciso possibile, può essere utile allineare la massa con una linea guida che segue la traiettoria del pendolo. Per osservare lo smorzamento e quindi la variazione di periodo e ampiezza è necessario compiere grandi oscillazioni, nel nostro caso circa 45° .

4.2 Moto:

È importante far sì che il moto del pendolo non compia una traiettoria ellittica o che la traiettoria si modifichi nel tempo.

4.3 Dati:

Qui sotto i grafici dei dati acquisiti, sono allegati anche i fogli excel contenenti i dati integrali.



5 Eleborazione Matematica

Il periodo del pendolo per angoli piccoli è approssimato dalla formula:

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{G}}$$

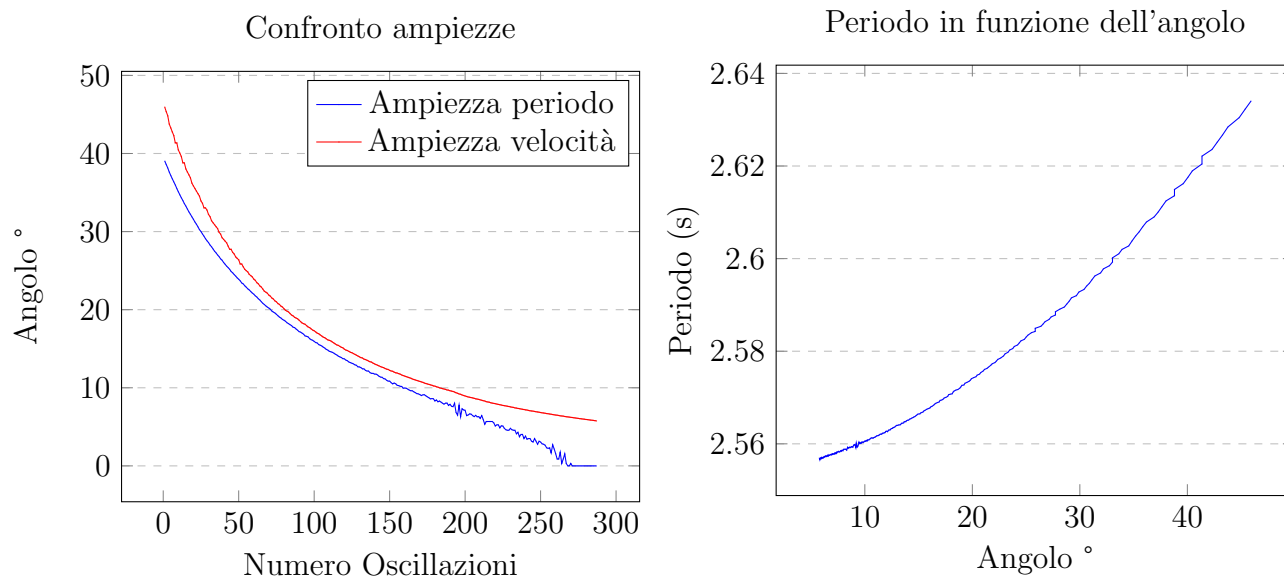
Questa formula non contiene l'angolo di oscillazione, in quanto per le piccole ampiezze i pendoli vengono considerati isocroni, cioè che il loro periodo è costante. Nel caso di angoli più grandi esistono molteplici approssimazioni che prendono in considerazione l'angolo, come ad esempio:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{\cos \frac{\theta}{2}}}$$

Da cui è possibile ricavare la formula inversa:

$$\theta = 2 \cdot \arccos \left(\frac{T_0}{T} \right)^2$$

Nei nostri calcoli abbiamo utilizzato un'[approssimazione equivalente](#), ma più accurata.



6 Conclusioni

È verificabile il fatto che il pendolo non è isocrono in quanto il periodo misurato decresce apprezzabilmente con il diminuire dell'angolo. Dopo un numero elevato di oscillazioni, il periodo e l'ampiezza assumono valori non plausibili (vedi [appendice A](#)). Per grandi oscillazioni il periodo decresce per via di uno smorzamento causato dall'attrito dell'aria che fa rallentare la massa, facendole perdere energia cinetica. Di conseguenza anche l'energia potenziale nel punto di quota massima sarà minore e l'ampiezza del pendolo diminuisce.

Inoltre durante questo esperimento abbiamo mostrato che un fototraguardo può essere utilizzato per misurare il periodo e la velocità di un pendolo in movimento. Infine i valori

dell'ampiezza misurati utilizzando il periodo e quelli utilizzando la velocità sono simili (per angoli non troppo piccoli) concludendo che le misurazioni sono coerenti tra di loro.

Appendici

A Misurazione periodo e tempo di ostruzione

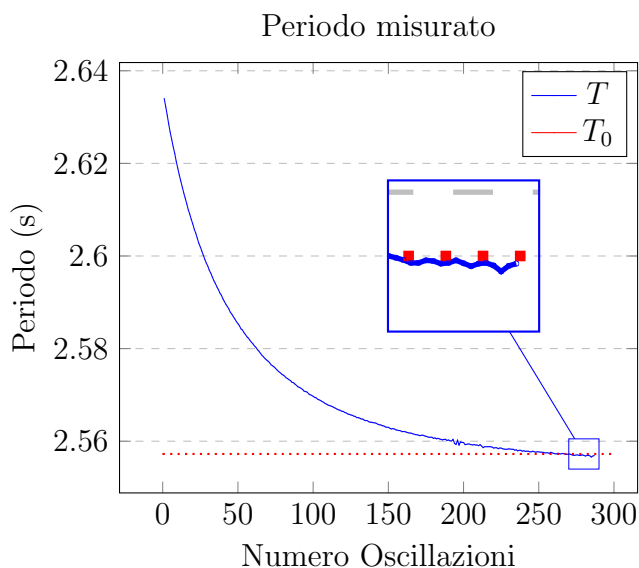
A.1 forma della massa

Per far sì che le misurazioni siano corrette, devono sempre avvenire in parti della massa di uguale lunghezza, tenendo in considerazione che la massa può ruotare. Per risolvere questo problema è sufficiente utilizzare una massa radialmente simmetrica come una sfera, un cilindro o un cono.

A.2 misurazione del periodo

Il periodo è il tempo che intercorre tra due passaggi successivi della massa nello stesso punto con lo stesso verso di moto, quindi la massa passerà tre volte attraverso il fototraguardo, quindi per misurare il periodo sarà necessario ignorare il secondo passaggio.

Inoltre le misurazioni sono soggette ad un errore, nell'ordine dei millisecondi, che causa una diminuzione del periodo misurato rispetto a quello effettivo. Quando, per piccoli angoli, il periodo si avvicina al periodo limite T_0 , l'errore ne causa il sorpasso, rendendo i dati non corretti per piccoli angoli.



B Codice Arduino

La scheda Arduino viene programmata utilizzando il linguaggio C++, in cui vengono fornite funzioni che permettono di interfacciarsi con l'esterno.

`Serial` permette di comunicare con il computer e di inviare le misurazioni.

la funzione `pinMode` imposta il funzionamento di un pin.

la funzione `micros` restituisce i microsecondi dall'avviamento della scheda.

```
1 unsigned long t = 0; //Tempo all'ultimo passaggio del
   pendolo
2 unsigned long tOstruito = 0; //Tempo in cui la fotocellula viene
   ostruita
3 int n = 0; //Numero di oscillazioni misurate
4 bool liberoPrec = false; //Sensore libero nell'iterazione
   precedente
5 //
6 void setup() { //Funzione setup() eseguita all'
   avvio dell'Arduino
7   Serial.begin(9600); //Inizializzazione della console
   seriale
8   pinMode(A0, INPUT); //Pin analogico impostato come input
9   t = micros(); //Tempo iniziale
10 } //
11 //
12 void loop() { //Funzione loop() eseguita
   ripetutamente
13   bool libero = analogRead(A0) < 820; //Il fototraguardo libero se la
   luce colpisce la fotoresistenza
14 //
15   if (!libero && liberoPrec) { //Se viene ostruito
16     tOstruito = micros(); //Viene registrato il tempo dell'
   ostruzione
17   } else if (libero && !liberoPrec) { //Altrimeti Se viene liberato
18     unsigned long t1 = micros(); //Salvato il tempo di liberazione
19     if (n % 2 != 0) { //Ignoriamo le ostruzioni pari
20       Serial.print(t1 - t); //Scriviamo il delta t
21       Serial.print(", "); //
22       t = t1; //Il tempo iniziale diventa t1
23       Serial.println(t - tOstruito); //Sciviamo il tempo di ostruzione
24     } //
25     n++; //Incrementiamo il numero di
   oscillazione
26   } //
27   liberoPrec = libero; //
28 }
```

C Formule

La seguente formula è ottenuta da una approssimazione numerica dell'integrale che descrive il periodo in funzione dell'ampiezza.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{16}\theta^2 + \frac{11}{3072}\theta^4 + \dots\right)$$

Da cui si può ricavare la formula inversa:

$$\theta = \sqrt{\frac{-\frac{T_0}{16} + \sqrt{\left(\frac{T_0}{16}\right)^2 - \frac{44}{3072}(T_0^2 - T_0T)}}{\frac{22}{3072}T_0}}$$